

РЕЗОНАНСНОЕ ЗАТУХАНИЕ ИЗГИБНЫХ
КОЛЕБАНИЙ КОРОНАЛЬНЫХ
МАГНИТНЫХ ПЕТЕЛЬ

М.С. Рудерман

Шеффилдский университет, Шеффилд, Англия

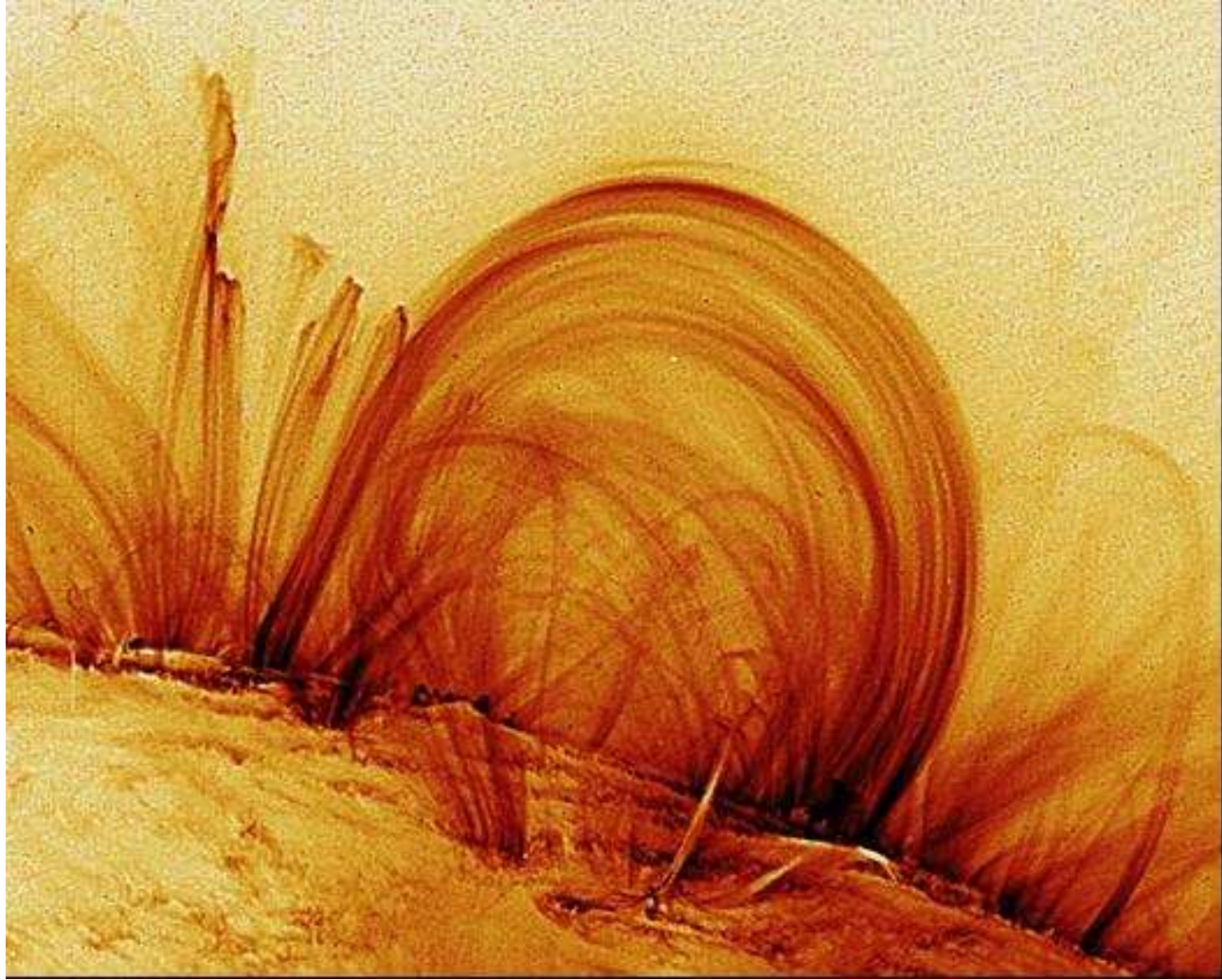
Институт Космических Исследований, Москва, Россия

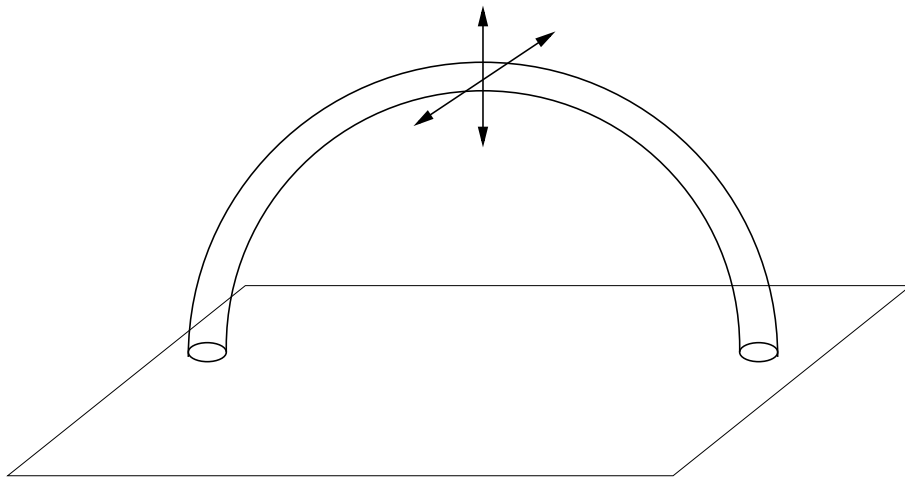
СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение
2. Вычисление декремента на основе идеальной МГД
3. Вычисление декремента на основе диссипативной МГД
4. Затухание изгибных колебаний корональных магнитных петель вследствие трансформации волн
5. Заключение

1. ВВЕДЕНИЕ

- Солнечная корона структурирована магнитным полем.
- Корональные магнитные петли — типичные магнитные структуры в солнечной короне.
- Они характеризуются повышенной температурой и плотностью. Обычно отношение плотностей варьируется между 3 и 10.
- Типичное отношение длины петли к радиусу поперечного сечения равно 50.
- Время свободного пробега протонов — секунды.





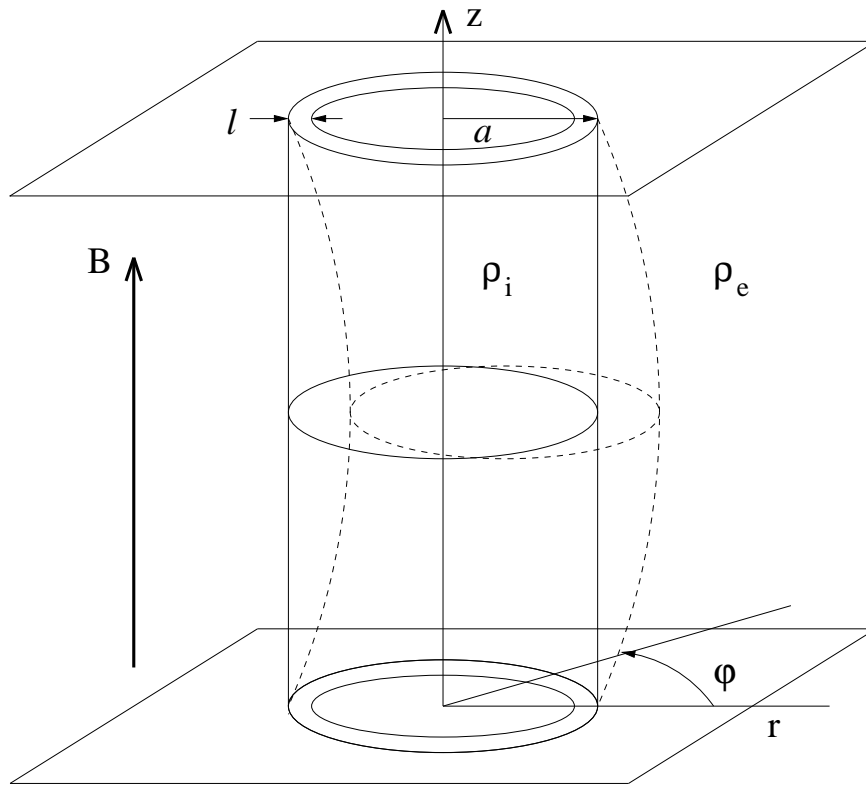
- Изгибные колебания коронных петель впервые наблюдались на аппарате TRACE 14 июля 1998 г.
 - Период колебаний был 256 секунд.
 - Вреть затухания колебаний было 870 секунд.
-
- Во всех последующих наблюдениях изгибных колебаний периоды равнялись нескольким минутам, а время затухания — нескольким периодам колебаний.
 - В настоящее время наиболее вероятным механизмом затухания является резонансное затухание.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЕКРЕМЕНТА НА ОСНОВЕ ИДЕАЛЬНОЙ МГД

- В первых приложениях к солнечной физике использовалась идеальная МГД.
- С помощью преобразования Лапласа решалась задача с начальными значениями.
- Решение оказывается многозначной функцией комплексной переменной. Оно продолжается с основного листа Римановой поверхности на неосновные листы.
- Для вычисления асимптотики на больших временах контур интегрирования используемый для вычисления обратного преобразования Лапласа замыкается. Часть замкнутого контура лежит на неосновных листах Римановой поверхности.

- Асимптотическое поведение решения определяется полюсом на одном из неосновных листов.
- Мнимая часть полюса определяет декремент.
- Этот подход аналогичен вычислению декремента затухания Ландау.
- Хотя математически метод вполне корректен, результат выглядит как математический трюк, поскольку все физические процессы приводящие к затуханию остаются “за кадром.”

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЕКРЕМЕНТА НА ОСНОВЕ ДИССИПАТИВНОЙ МГД



Предполагаем что $l \ll a$.

В длинноволновом приближе-
нии частота изгибных волн
равна $\omega_k = C_k k$, $k = \pi/L$,

$$C_k^2 = \frac{2B^2}{\mu_0(\rho_i + \rho_e)}$$

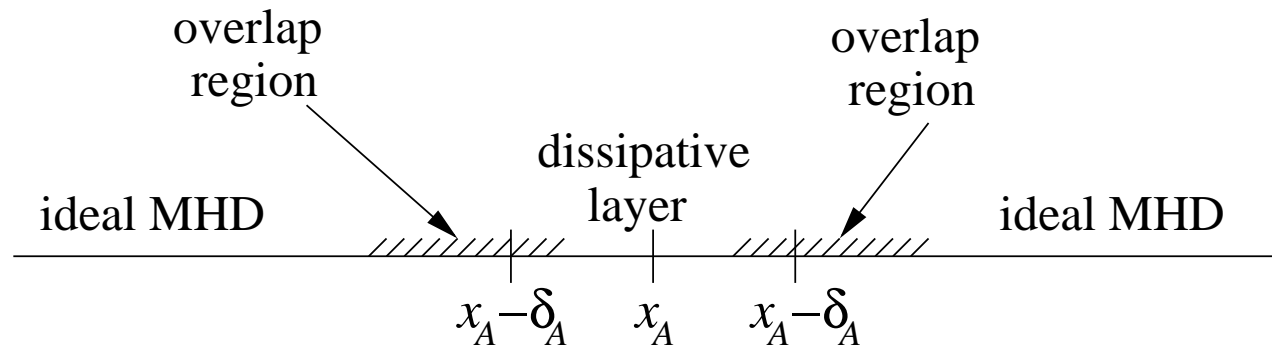
В переходном слое V_A возрас-
тает от V_{Ai} до V_{Ae} .

$$V_{Ai} < C_k < V_{Ae} \implies$$

$$\exists r_A : V_A(r_A) = C_k;$$

$r = r_A$ — Альфвеновская резонансная поверхность. На ней изгибная волна в резонансе с локальными Альфвеновскими колебаниями.

- Фазовое смещение приводит к появлению больших градиентов в окрестности резонансной поверхности.
- В слабо диссипативной плазме диссипация важна только в тонком диссипативном слое охватывающем резонансную поверхность.
- Для вычисления декремента можно использовать метод сращиваемых асимптотических разложений.



- В результате получается решение описывающее нормальную моду диссипативной МГД.
- Mok & Einaudy (1985) использовали этот метод в плоской геометрии.

- **Goossens, Hollweg & Sakurai (1992)** обобщили его на цилиндрическую геометрию.
- В обеих работах предполагалось что диссипация мала, но не слишком мала. Для тонкой магнитной трубки: $1 \ll Re \lesssim (L/a)(a/\ell)^5$, где L — длина петли, а $Re = aC_k/\nu$ — число Рейнольдса.
- Типичные значения для магнитных петель: $a/\ell \simeq 5$, $L/a \simeq 50$, $Re \gtrsim 10^{10}$, так что $Re \gg (L/a)(a/\ell)^5$.
- **Ruderman, Tirry & Gossens (1995)** обобщили анализ на случай произвольного $Re \gg 1$ в плоской геометрии, а **Tirry and Gossens (1996)** — в цилиндрической геометрии.
- Условие $Re \simeq (L/a)(a/\ell)^5$ эквивалентно $\delta_A \simeq \ell^2/a$.
- При $Re < (L/a)(a/\ell)^5$ толщина диссипативного слоя порядка δ_A , а характерный пространственный масштаб изменения возмущений равен толщине слоя.

- При $Re > (L/a)(a/\ell)^5$ толщина диссипативного слоя порядка ℓ^2/a , а возмущения всех величин — осциллирующие функции пространственной переменной.

При $Re \gg 1$ декремент не зависит от Re и такой же как в идеальной МГД. Характерное время затухания порядка $(a/\ell)\Pi$.

Ruderman & Roberts (2002) получили

$$\gamma_d = \frac{\pi C_k}{4L} \left(\frac{\ell}{a} \right) \frac{\rho_i - \rho_e}{\rho_i + \rho_e}$$

Они применили эту теорию к первому наблюдению изгибных колебаний и получили что наблюдавшееся время затухания соответствует $\ell/a = 0.23$.

Но являются ли наблюдаемы поперечные колебания корональных петель нормальными модами?

Ruderman & Roberts (2002): вне диссипативного слоя изгибные колебания корональной петли вызванные произвольным возмущением хорошо описываются нормальной модой при $t \gtrsim \Pi$.

Kappraft & Tataronis (1977) (и множество более поздних публикаций): в диссипативном слое изгибные колебания вызванные произвольным возмущением хорошо описываются нормальной модой только при $t \gtrsim Re^{1/3}\Pi$. Это времена порядка **двух-трёх суток**. Наблюдаемые времена затухания колебаний порядка **10 - 20 минут**.

Так описывает ли классическая теория резонансного затухания наблюдаемое затухание изгибных колебаний корональных магнитных петель?

4. ЗАТУХАНИЕ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРОНАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПЕТЕЛЬ ВСЛЕДСТВИЕ ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЛН

Ruderman & Terradas (2013): решение начальной задачи в приближении линейной идеальной МГД.

- Рассматривалось то же самое невозмущённое состояние что и в предыдущем разделе. Использовалось приближение холодной плазмы.
- Вне переходного слоя начальное возмущение задавалось в виде нормальной моды.
- Внутри переходного слоя начальное возмущение совпадало с решением соответствующим нормальной волновой моде для невозмущённого состояния с резкой границей ($\ell = 0$).

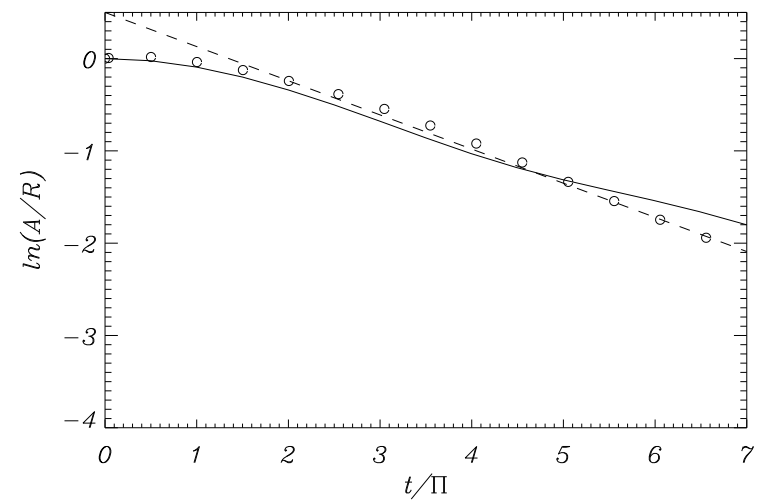
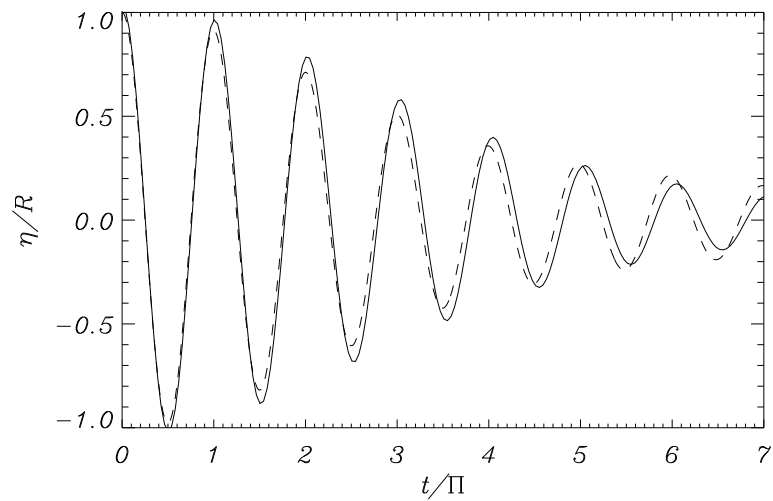
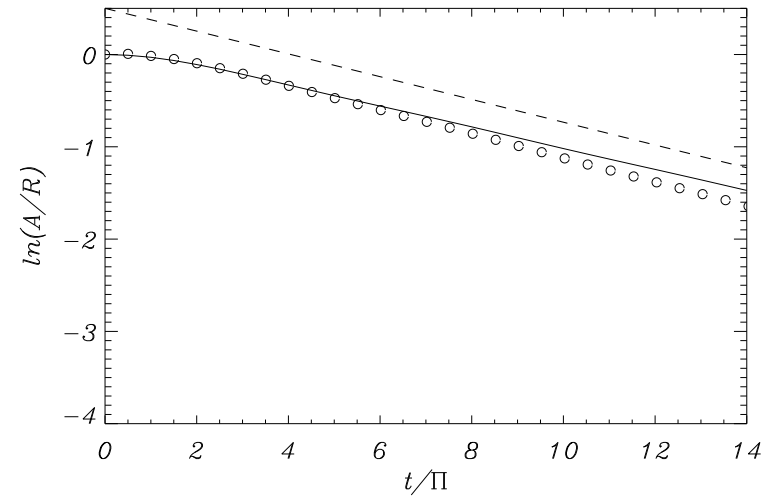
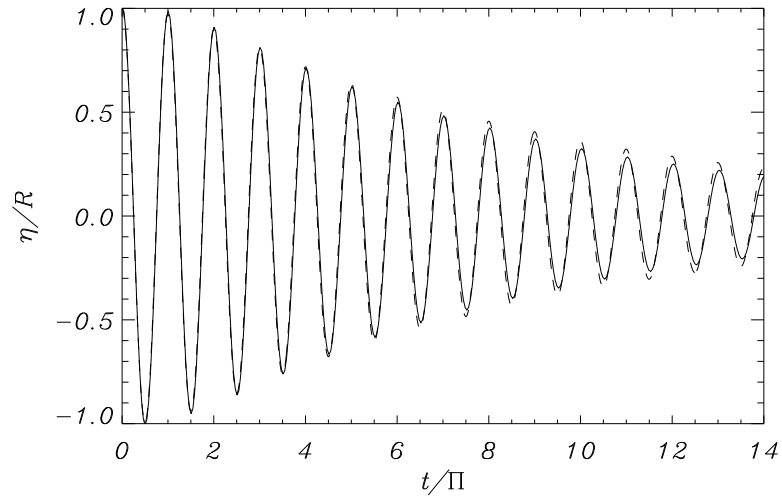
- В декартовых координатах x, y, z с осью z совпадающей с осью трубки форма оси трубки задаётся уравнением $x = X(t, z)$. Для фундаментальной моды $X(t, z) = \eta(t) \sin(kz)$, $k = \pi/L$.
- С помощью метода асимптатических разложений было получено уравнение

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + \omega^2\eta = \epsilon \int_0^t G(\omega t') \eta(t - t') dt' - \epsilon F(\omega t) \quad (*)$$

где $\omega = kC_k = 2\pi/\Pi$ и $\epsilon = \ell/a$.

- Уравнение (*) было решено с помощью преобразования Лапласа. Решение было получено в виде интеграла от некоторой комплексной функции. С помощью этого решения было показано что $\eta \propto \exp(-\gamma_d t)$ при $\omega t \gg 1$, где γ_d — декремент резонансного затухания полученный в рамках классической теории резонансного затухания.

- Для анализа поведения $\eta(t)$ при $t/\Pi \simeq 1$ уравнение (*) было решено численно. Верхние рисунки для $\epsilon = 0.1$, нижние — для $\epsilon = 0.3$.



- При небольших значениях t/Π зависимость $\eta(t)$ от t близка к Гауссовой. При увеличении t/Π она переходит в экспоненциальную.
- Переход от Гауссовой к экспоненциальной зависимости происходит между $t/\Pi = 1$ и $t/\Pi = 2$.
- Время затухания колебания t_d определяется условием что при $t = t_d$ амплитуда уменьшается в e раз по сравнению с начальным значением.
- Классическая теория резонансного затухания занижает время затухания колебаний. Ошибка возрастает при увеличении ϵ . Однако даже при $\epsilon = 0.3$ она составляет менее 20%.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Изгибные колебания корональных петель с периодами в несколько минут систематически наблюдаются на космических аппаратах.
- Эти колебания затухают в течение нескольких периодов.
- В настоящее время наиболее вероятным механизмом затухания считается резонансное затухание волн.
- В классической теории резонансного затухания вычисляется декремент нормальной моды диссипативной МГД. Он не зависит от величины диссипации при $Re \gg 1$ и определяется только параметрами невозмущённого состояния.
- Независимость декремента от величины диссипации связано с тем что затухание происходит не вследствие диссипации волновой энергии, а вследствие трансформации волн.

- В модели тонкой трубки с радиусом поперечного сечения a и переходным слоем толщины $\ell \ll a$ декремент пропорционален ℓ/a .
- Изгибные колебания тонкой трубки вызванные произвольным возмущением хорошо описываются нормальной модой вдали от резонансной поверхности после переходного процесса длительностью порядка одного периода колебаний Π .
- В окрестности резонансной поверхности изгибные колебания вызванные произвольным возмущением описываются нормальной модой только на временах больше либо порядка $Re^{1/3}\Pi$.
- Для типичных условий в корональных петлях Re порядка 10^{10} , так что $Re^{1/3}\Pi$ порядка нескольких дней. Таким образом, одно из основных предположений классической теории резонансного затухания не выполнено в приложении к колебаниям корональных петель.

- Решение начальной задачи показало что в течение одного-двух периодов амплитуда колебаний описывается Гауссовой функцией. На больших временах амплитуда затухает экспоненциально.
- Чем больше $\epsilon = \ell/a$, тем позже происходит переход от Гауссовой функции к экспоненте.
- Время затухания полученное с помощью решения начальной задачи больше времени затухания полученного на основе классической теории резонансного затухания.
- При $\epsilon \leq 0.3$ ошибка не превышает 20%. Таким образом, классическая теория резонансного затухания даёт время затухания с достаточно хорошей точностью и может использоваться в корональной сейсмологии.