

РЕЗОНАНСНОЕ ЗАТУХАНИЕ ИЗГИБНЫХ  
КОЛЕБАНИЙ КОРОНАЛЬНЫХ  
МАГНИТНЫХ ПЕТЕЛЬ

М.С. Рудерман

Шеффилдский университет, Шеффилд, Англия

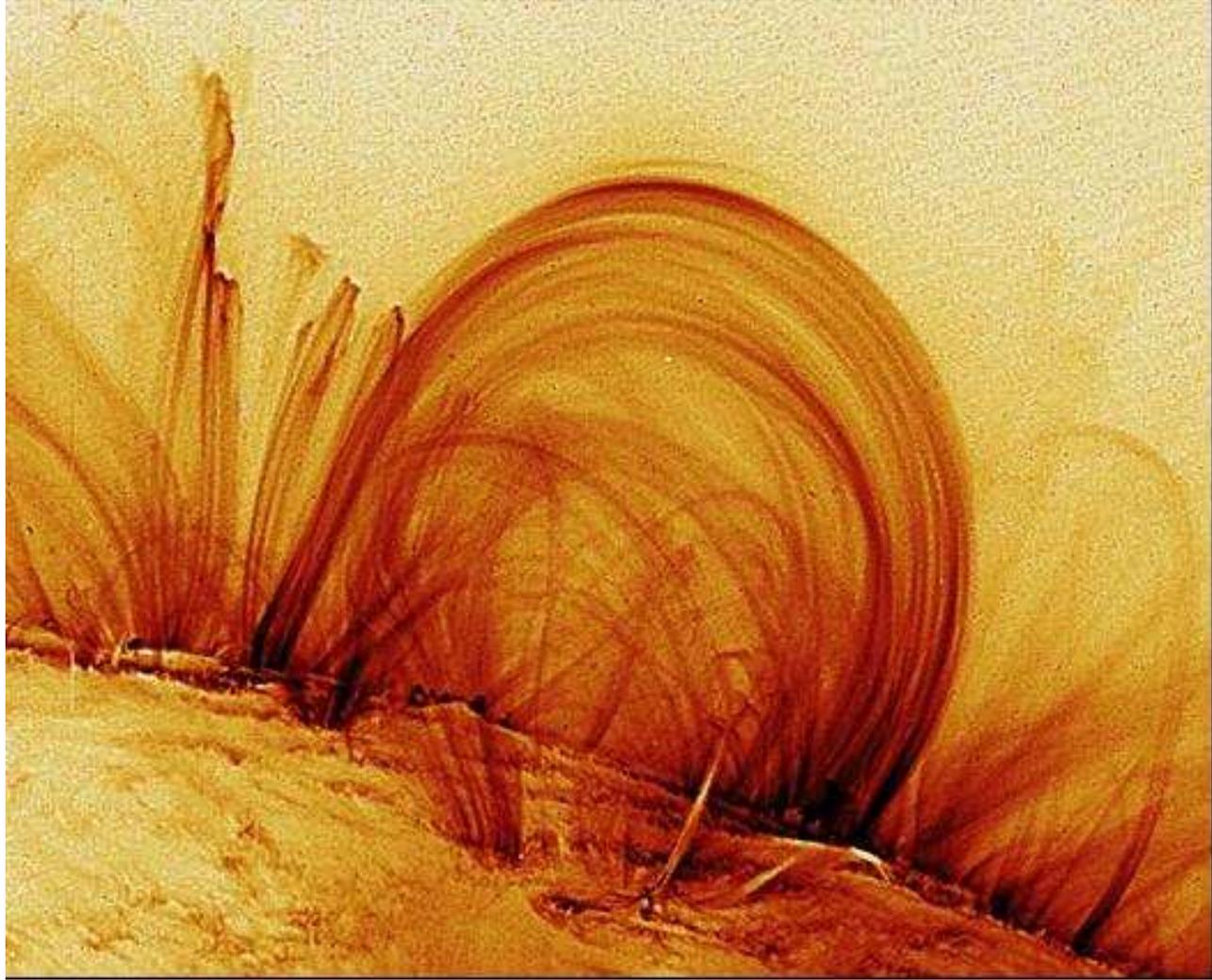
Институт Космических Исследований, Москва, Россия

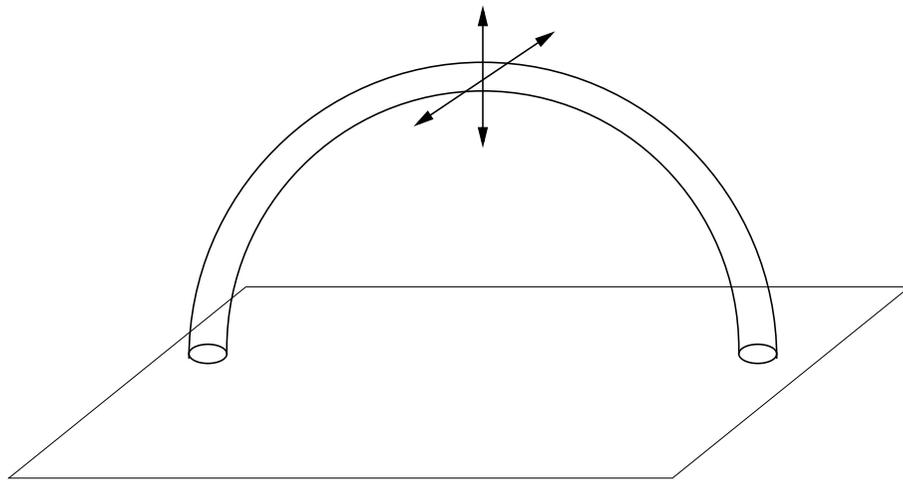
# СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение
2. Вычисление декремента на основе идеальной МГД
3. Вычисление декремента на основе диссипативной МГД
4. Затухание изгибных колебаний корональных магнитных петель вследствие трансформации волн
5. Заключение

# 1. ВВЕДЕНИЕ

- Солнечная корона структурирована магнитным полем.
- Корональные магнитные петли — типичные магнитные структуры в солнечной короне.
- Они характеризуются повышенной температурой и плотностью. Обычно отношение плотностей варьируется между 3 и 10.
- Типичное отношение длины петли к радиусу поперечного сечения равно 50.
- Время свободного пробега протонов — секунды.





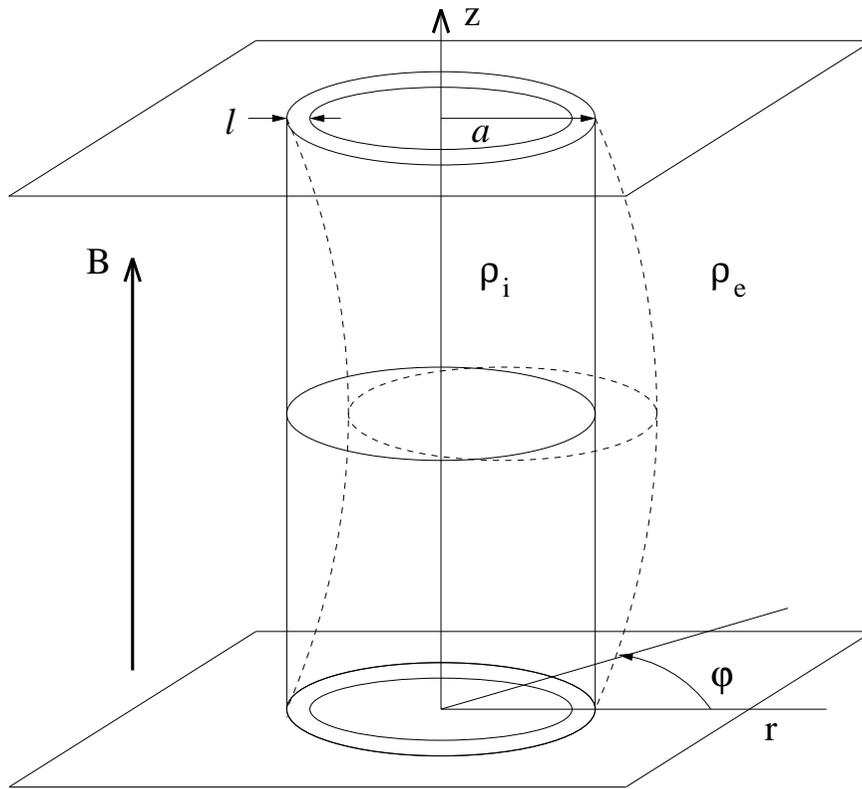
- Изгибные колебания коронных петель впервые наблюдались на аппарате TRACE 14 июля 1998 г.
  - Период колебаний был 256 секунд.
  - Вреть затухания колебаний было 870 секунд.
- 
- Во всех последующих наблюдениях изгибных колебаний периоды равнялись нескольким минутам, а время затухания — нескольким периодам колебаний.
  - В настоящее время наиболее вероятным механизмом затухания является резонансное затухание.

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЕКРЕМЕНТА НА ОСНОВЕ ИДЕАЛЬНОЙ МГД

- В первых приложениях к солнечной физике использовалась идеальная МГД.
- С помощью преобразования Лапласа решалась задача с начальными значениями.
- Решение оказывается многозначной функцией комплексной переменной. Оно продолжается с основного листа Римановой поверхности на неосновные листы.
- Для вычисления асимптотики на больших временах контур интегрирования используемый для вычисления обратного преобразования Лапласа замыкается. Часть замкнутого контура лежит на неосновных листах Римановой поверхности.

- Асимптотическое поведение решения определяется полюсом на одном из неосновных листов.
- Мнимая часть полюса определяет декремент.
- Этот подход аналогичен вычислению декремента затухания Ландау.
- Хотя математически метод вполне корректен, результат выглядит как математический трюк, поскольку все физические процессы приводящие к затуханию остаются “за кадром.”

### 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЕКРЕМЕНТА НА ОСНОВЕ ДИССИПАТИВНОЙ МГД



Предполагаем что  $l \ll a$ .

В длинноволновом приближении частота изгибных волн равна  $\omega_k = C_k k$ ,  $k = \pi/L$ ,

$$C_k^2 = \frac{2B^2}{\mu_0(\rho_i + \rho_e)}$$

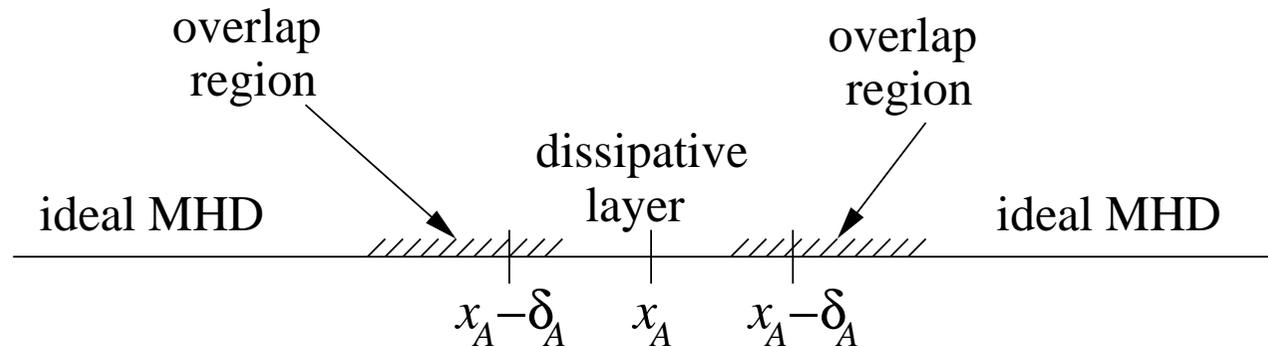
В переходном слое  $V_A$  возрастает от  $V_{Ai}$  до  $V_{Ae}$ .

$$V_{Ai} < C_k < V_{Ae} \implies$$

$$\exists r_A : V_A(r_A) = C_k;$$

$r = r_A$  — Альфвеновская резонансная поверхность. На ней изгибная волна в резонансе с локальными Альфвеновскими колебаниями.

- Фазовое смещение приводит к появлению больших градиентов в окрестности резонансной поверхности.
- В слабо диссипативной плазме диссипация важна только в тонком диссипативном слое охватывающем резонансную поверхность.
- Для вычисления декремента можно использовать метод сращиваемых асимптотических разложений.



- В результате получается решение описывающее нормальную моду диссипативной МГД.
- Mok & Einaudy (1985) использовали этот метод в плоской геометрии.

- **Goossens, Hollweg & Sakurai (1992)** обобщили его на цилиндрическую геометрию.
- В обеих работах предполагалось что диссипация мала, но не слишком мала. Для тонкой магнитной трубки:  $1 \ll Re \lesssim (L/a)(a/\ell)^5$ , где  $L$  — длина петли, а  $Re = aC_k/\nu$  — число Рейнольдса.
- Типичные значения для магнитных петель:  $a/\ell \simeq 5$ ,  $L/a \simeq 50$ ,  $Re \gtrsim 10^{10}$ , так что  $Re \gg (L/a)(a/\ell)^5$ .
- **Ruderman, Tirry & Gossens (1995)** обобщили анализ на случай произвольного  $Re \gg 1$  в плоской геометрии, а **Tirry and Gossens (1996)** — в цилиндрической геометрии.
- Условие  $Re \simeq (L/a)(a/\ell)^5$  эквивалентно  $\delta_A \simeq \ell^2/a$ .
- При  $Re < (L/a)(a/\ell)^5$  толщина диссипативного слоя порядка  $\delta_A$ , а характерный пространственный масштаб изменения возмущений равен толщине слоя.

- При  $Re > (L/a)(a/\ell)^5$  толщина диссипативного слоя порядка  $\ell^2/a$ , а возмущения всех величин — осциллирующие функции пространственной переменной.

При  $Re \gg 1$  декремент не зависит от  $Re$  и такой же как в идеальной МГД. Характерное время затухания порядка  $(a/\ell)\Pi$ .

**Ruderman & Roberts (2002)** получили

$$\gamma_d = \frac{\pi C_k}{4L} \left( \frac{\ell}{a} \right) \frac{\rho_i - \rho_e}{\rho_i + \rho_e}$$

Они применили эту теорию к первому наблюдению изгибных колебаний и получили что наблюдавшееся время затухания соответствует  $\ell/a = 0.23$ .

Но являются ли наблюдаемы поперечные колебания корональных петель нормальными модами?

**Ruderman & Roberts (2002):** вне диссипативного слоя изгибные колебания корональной петли вызванные произвольным возмущением хорошо описываются нормальной модой при  $t \gtrsim \Pi$ .

**Kapraff & Tataronis (1977) (и множество более поздних публикаций):** в диссипативном слое изгибные колебания вызванные произвольным возмущением хорошо описываются нормальной модой только при  $t \gtrsim Re^{1/3}\Pi$ . Это времена порядка **двух-трёх суток**. Наблюдаемые времена затухания колебаний порядка **10 - 20 минут**.

Так описывает ли классическая теория резонансного затухания наблюдаемое затухание изгибных колебаний корональных магнитных петель?

## 4. ЗАТУХАНИЕ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРОНАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПЕТЕЛЬ ВСЛЕДСТВИЕ ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЛН

Ruderman & Terradas (2013): решение начальной задачи в приближении линейной идеальной МГД.

- Рассматривалось то же самое невозмущённое состояние что и в предыдущем разделе. Использовалось приближение холодной плазмы.
- Вне переходного слоя начальное возмущение задавалось в виде нормальной моды.
- Внутри переходного слоя начальное возмущение совпадало с решением соответствующим нормальной волновой моде для невозмущённого состояния с резкой границей ( $\ell = 0$ ).

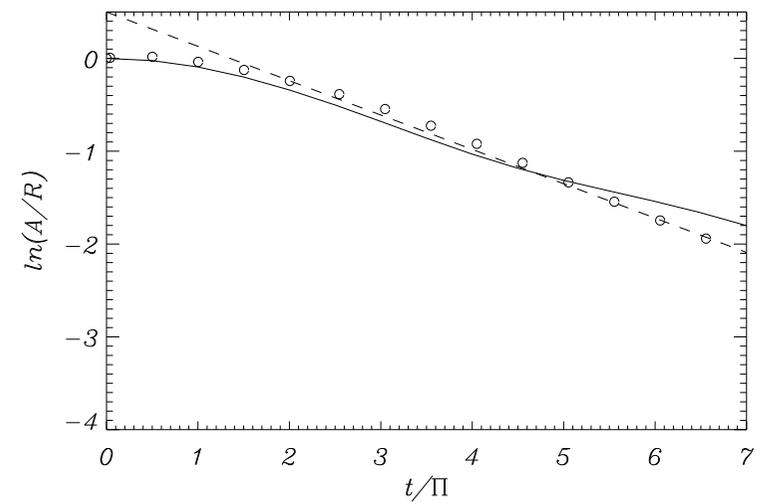
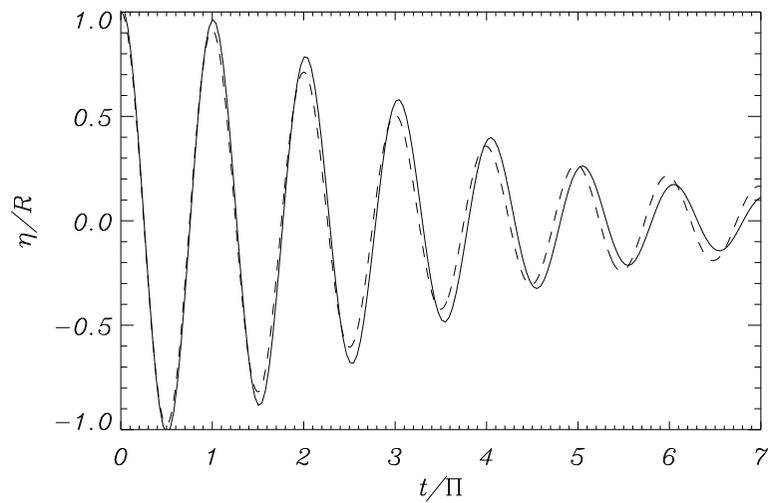
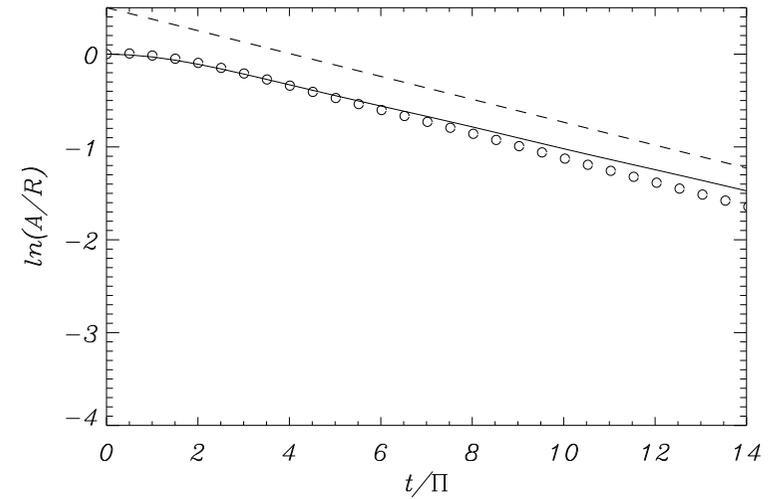
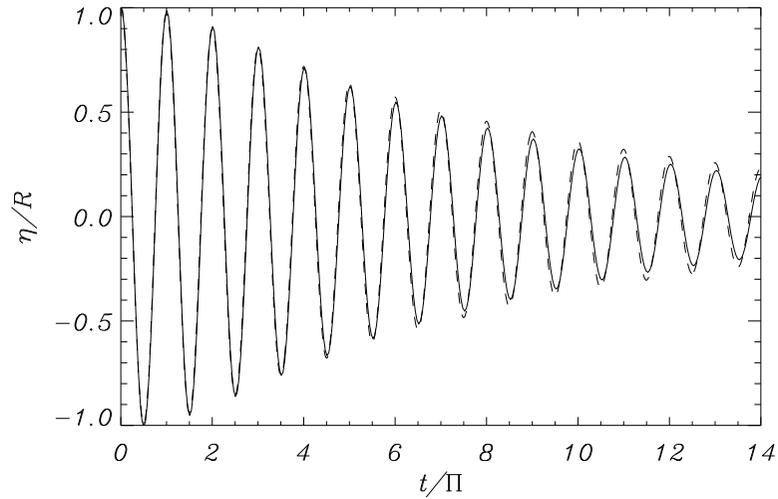
- В декартовых координатах  $x, y, z$  с осью  $z$  совпадающей с осью трубки форма оси трубки задаётся уравнением  $x = X(t, z)$ . Для фундаментальной моды  $X(t, z) = \eta(t) \sin(kz)$ ,  $k = \pi/L$ .
- С помощью метода асимптатических разложений было получено уравнение

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + \omega^2\eta = \epsilon \int_0^t G(\omega t') \eta(t - t') dt' - \epsilon F(\omega t) \quad (*)$$

где  $\omega = kC_k = 2\pi/\Pi$  и  $\epsilon = \ell/a$ .

- Уравнение (\*) было решено с помощью преобразования Лапласа. Решение было получено в виде интеграла от некоторой комплексной функции. С помощью этого решения было показано что  $\eta \propto \exp(-\gamma_d t)$  при  $\omega t \gg 1$ , где  $\gamma_d$  — декремент резонансного затухания полученный в рамках классической теории резонансного затухания.

- Для анализа поведения  $\eta(t)$  при  $t/\Pi \simeq 1$  уравнение (\*) было решено численно. Верхние рисунки для  $\epsilon = 0.1$ , нижние — для  $\epsilon = 0.3$ .



- При небольших значениях  $t/\Pi$  зависимость  $\eta(t)$  от  $t$  близка к Гауссовой. При увеличении  $t/\Pi$  она переходит в экспоненциальную.
- Переход от Гауссовой к экспоненциальной зависимости происходит между  $t/\Pi = 1$  и  $t/\Pi = 2$ .
- Время затухания колебания  $t_d$  определяется условием что при  $t = t_d$  амплитуда уменьшается в  $e$  раз по сравнению с начальным значением.
- Классическая теория резонансного затухания занижает время затухания колебаний. Ошибка возрастает при увеличении  $\epsilon$ . Однако даже при  $\epsilon = 0.3$  она составляет менее 20%.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Изгибные колебания корональных петель с периодами в несколько минут систематически наблюдаются на космических аппаратах.
- Эти колебания затухают в течение нескольких периодов.
- В настоящее время наиболее вероятным механизмом затухания считается резонансное затухание волн.
- В классической теории резонансного затухания вычисляется декремент нормальной моды диссипативной МГД. Он не зависит от величины диссипации при  $Re \gg 1$  и определяется только параметрами невозмущённого состояния.
- Независимость декремента от величины диссипации связано с тем что затухание происходит не вследствие диссипации волновой энергии, а вследствие трансформации волн.

- В модели тонкой трубки с радиусом поперечного сечения  $a$  и переходным слоем толщины  $\ell \ll a$  декремент пропорционален  $\ell/a$ .
- Изгибные колебания тонкой трубки вызванные произвольным возмущением хорошо описываются нормальной модой вдали от резонансной поверхности после переходного процесса длительностью порядка одного периода колебаний  $\Pi$ .
- В окрестности резонансной поверхности изгибные колебания вызванные произвольным возмущением описываются нормальной модой только на временах больше либо порядка  $Re^{1/3}\Pi$ .
- Для типичных условий в корональных петлях  $Re$  порядка  $10^{10}$ , так что  $Re^{1/3}\Pi$  порядка нескольких дней. Таким образом, одно из основных предположений классической теории резонансного затухания не выполнено в приложении к колебаниям корональных петель.

- Решение начальной задачи показало что в течение одного-двух периодов амплитуда колебаний описывается Гауссовой функцией. На больших временах амплитуда затухает экспоненциально.
- Чем больше  $\epsilon = \ell/a$ , тем позже происходит переход от Гауссовой функции к экспоненте.
- Время затухания полученное с помощью решения начальной задачи больше времени затухания полученного на основе классической теории резонансного затухания.
- При  $\epsilon \leq 0.3$  ошибка не превышает 20%. Таким образом, классическая теория резонансного затухания даёт время затухания с достаточно хорошей точностью и может использоваться в корональной сейсмологии.