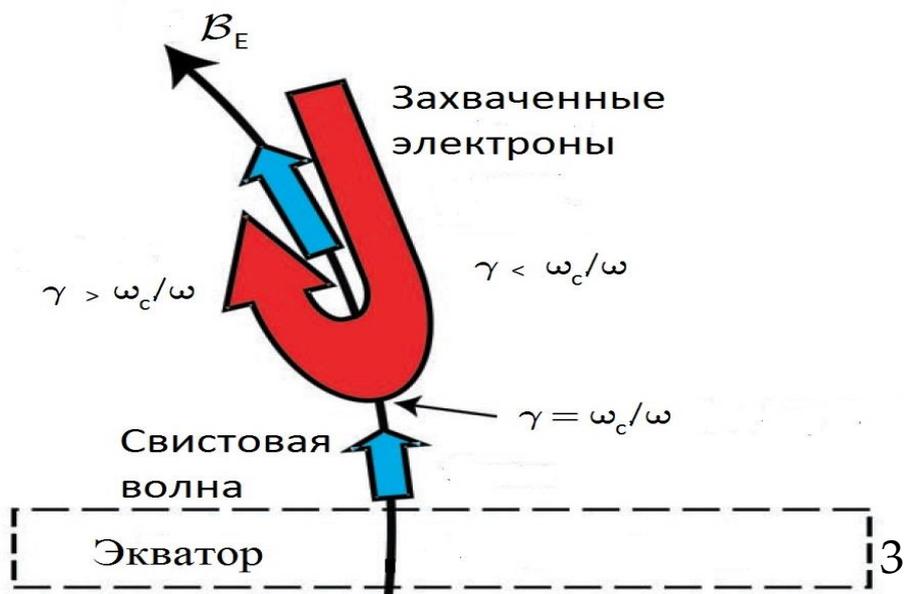
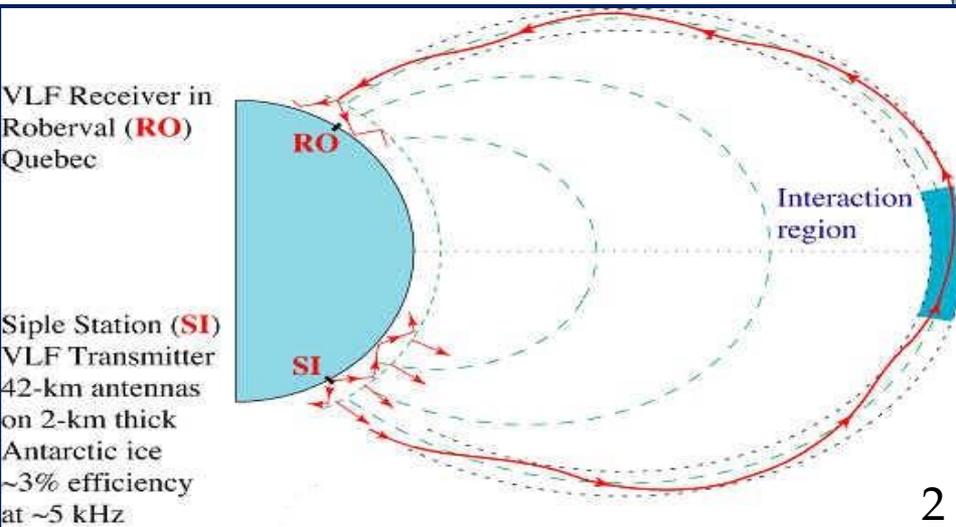


Ускорение релятивистских электронов
при взаимодействии с
монохроматическими свистовыми
волнами,
распространяющимися под углом к
геомагнитному полю

И.В. Кузичев, Д.Р. Шкляр

Введение



Одной из наиболее важных проблем в физике радиационных поясов является ускорение частиц. Экспериментальные данные¹ подтверждают, что локальные механизмы ускорения играют заметную роль в динамике электронов внешнего радиационного пояса.

Одним из возможных механизмов локального ускорения является резонансное взаимодействие с волнами свистового диапазона.

При исследовании взаимодействия с волной релятивистских электронов, Омурой³ был обнаружен весьма эффективный с точки зрения ускорения процесс – релятивистское ускорение с поворотом (RTA – relativistic turning acceleration). Однако Омурой рассматривал только волны с $k_{\perp} = 0$, а для волн, распространяющихся под углом к магнитному полю, анализ релятивистских резонансных условий проведён не был.

¹Reeves et al. // Science, 2013.

²Helliwell R. A. and J. P. Katsufraakis // Upper Atmosphere Research in Antarctica, Ch.5, Antarctic Research Series. American Geophysical Union, 1978.

³Omura, Y., N. Furuya, and D. Summers. // J. Geophys. Res., 2007.

Уравнения движения

Гамильтониан:

$$H = mc^2 \gamma_0 (p_{\parallel}, s, \mu) - \frac{e|A_0|}{\gamma_0} \sum_n V_n \sin \xi_n.$$

$$\gamma_0 = \sqrt{1 + \frac{2\mu\omega_c}{mc^2} + \frac{p_{\parallel}^2}{(mc)^2}}, \quad \xi_n = \int k_{\parallel} ds + n\varphi - \omega t;$$

$$V_n = \left[\frac{n\omega_c}{k_{\perp}c} a_L + \frac{p_{\parallel}}{mc} a_M \right] J_n(\rho) - \frac{i\rho\omega_c}{k_{\perp}c} a_{\Phi} J_n'(\rho),$$

$$\rho = k_{\perp} \left(\frac{2\mu}{m\omega_c} \right)^{1/2} - \text{безразмерный гирорадиус}$$

Канонические
переменные:

$$\{(p_{\parallel}, s), (\mu, \varphi)\}$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{e|A_0|}{\gamma_0} \omega \sum V_n \cos \xi_n.$$

Резонансное условие:

$$\frac{d\xi_n}{dt} \approx k_{\parallel} \frac{p_{\parallel}}{m\gamma_0} + n \frac{\omega_c}{\gamma_0} - \omega = 0 \Rightarrow$$

$$p_{\parallel}^{(n)} = m \frac{\omega\gamma_0 - n\omega_c}{k_{\parallel}}.$$

Особенности релятивистского случая

$$p_{\parallel}^{(n)} = m \frac{\omega \gamma_0 (p_{\parallel}, \mu, s) - n \omega_c (s)}{k_{\parallel} (s)}.$$

В приближении изолированных резонансов сохраняется величина

$$h_n = nH (p_{\parallel}, \mu, s) - \omega \mu$$

Особенности релятивистского случая

$$p_{\parallel}^{(n)} = m \frac{\omega \gamma_0 (p_{\parallel}, \mu, s) - n \omega_c (s)}{k_{\parallel} (s)}.$$

В приближении изолированных резонансов сохраняется величина

$$h_n = nH (p_{\parallel}, \mu, s) - \omega \mu$$

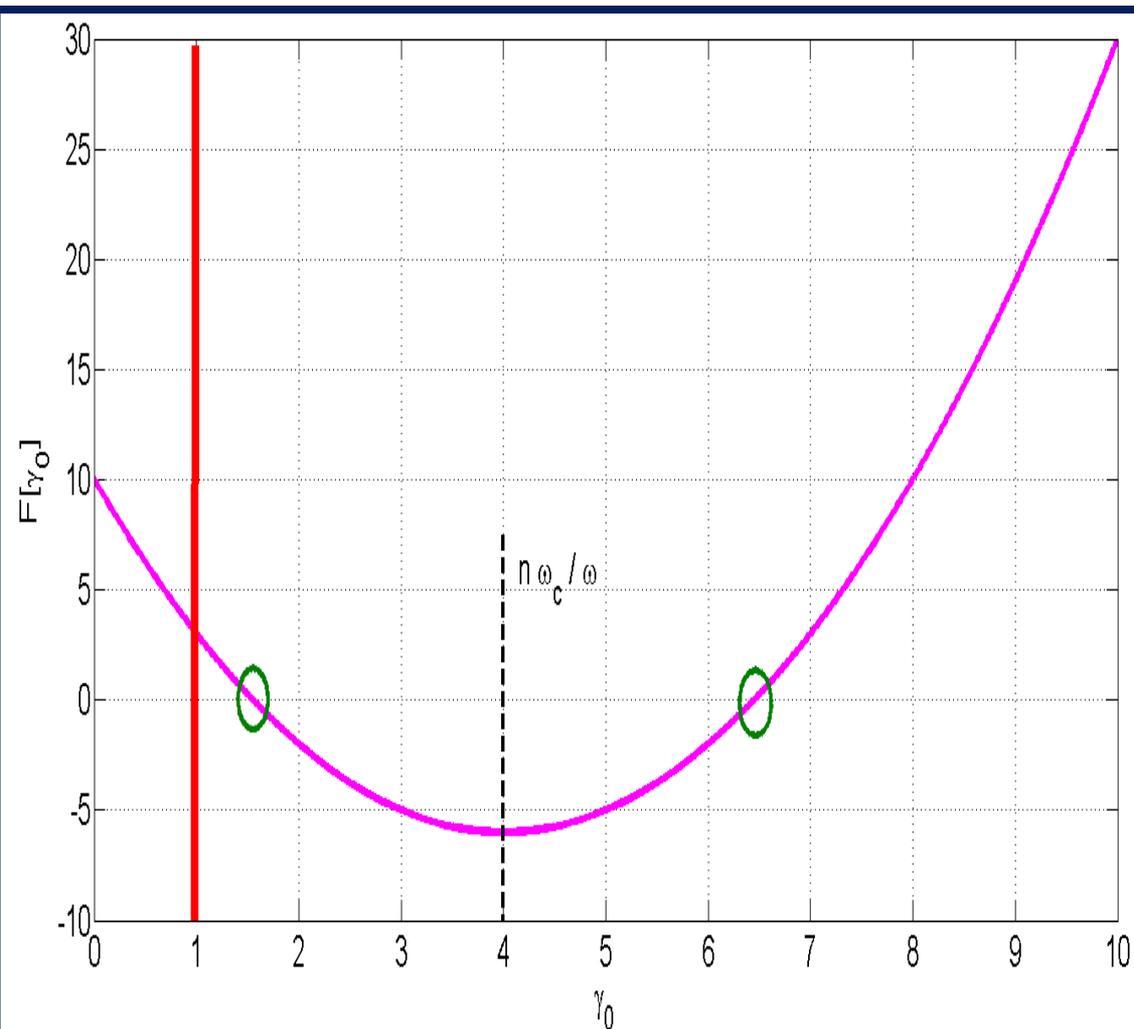
Используя этот интеграл движения, получим

$$p_{\parallel}^{(n)} = \pm \frac{m\omega}{k_{\parallel}} \sqrt{\left(\frac{n\omega_c}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{2\omega_c}{\omega} \frac{h_n}{mc^2} - 1 - \frac{n^2\omega_c^2}{k_{\parallel}^2 c^2}\right) \frac{1}{1 - \omega^2/k_{\parallel}^2 c^2}}$$

$$\gamma_0^{(n)} = \frac{n\omega_c}{\omega} \pm \sqrt{\left(\frac{n\omega_c}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{2\omega_c}{\omega} \frac{h_n}{mc^2} - 1 - \frac{n^2\omega_c^2}{k_{\parallel}^2 c^2}\right) \frac{1}{1 - \omega^2/k_{\parallel}^2 c^2}}$$

Структура резонансной поверхности

$$F[\gamma_0] = \gamma_0^2 - 2 \frac{\omega_c}{\omega} n \gamma_0 + \left[2 \frac{\omega_c}{\omega} \frac{h_n}{mc^2} \frac{k_{\parallel}^2 c^2}{\omega^2} - \frac{k_{\parallel}^2 c^2}{\omega^2} - n^2 \omega_c^2 \right] \frac{1}{k_{\parallel}^2 c^2 / \omega^2 - 1} = 0$$



$h_n \rightarrow -\infty$: 1 "+" корень
 $h_n > h_n(\gamma_0=1)$: появляется отрицательный корень
 $h_n \in (h_n(\gamma_0=1), h_n^{RTA})$: два корня
 $h_n = h_n^{RTA}$: случай *RTA*, корни сливаются в нуле
 $h_n > h_n^{RTA}$: нет корней

$$h_n^{RTA} = mc^2 \frac{\omega}{2\omega_c} \left(1 + n^2 \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right)$$

Уравнения вблизи резонанса

Используя интеграл движения, можно свести систему уравнений к стандартному виду

$$\frac{d^2 \xi_n}{dt^2} = \beta^{(n)}(s, h_n) \cos \xi_n - \alpha^{(n)}(s, h_n),$$
$$\frac{ds}{dt} = \frac{p_{\parallel}^{(n)}}{m\gamma_0^{(n)}}.$$

Эффективный потенциал:

$$U = -\beta^{(n)} \sin \xi_n + \alpha^{(n)} \xi_n$$

Величины, описывающие взаимодействие:

эффективная
амплитуда

и

параметр
неоднородности

$$\beta^{(n)}(s, h_n) = \frac{k_{\parallel}^2}{m(\gamma_0^{(n)})^2} e |A_0| V_n \left(1 - \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2 c^2} \right);$$

$$\alpha^{(n)}(s, h_n) = \frac{k_{\parallel}}{m(\gamma_0^{(n)})^2} \left(\left(\frac{n\gamma_0^{(n)} mc^2 - h_n}{\omega} - \frac{np_{\parallel}^{(n)}}{k_{\parallel}} \right) \frac{\partial \omega_c}{\partial s} - \frac{(p_{\parallel}^{(n)})^2}{k_{\parallel} m} \frac{\partial k_{\parallel}}{\partial s} \right).$$

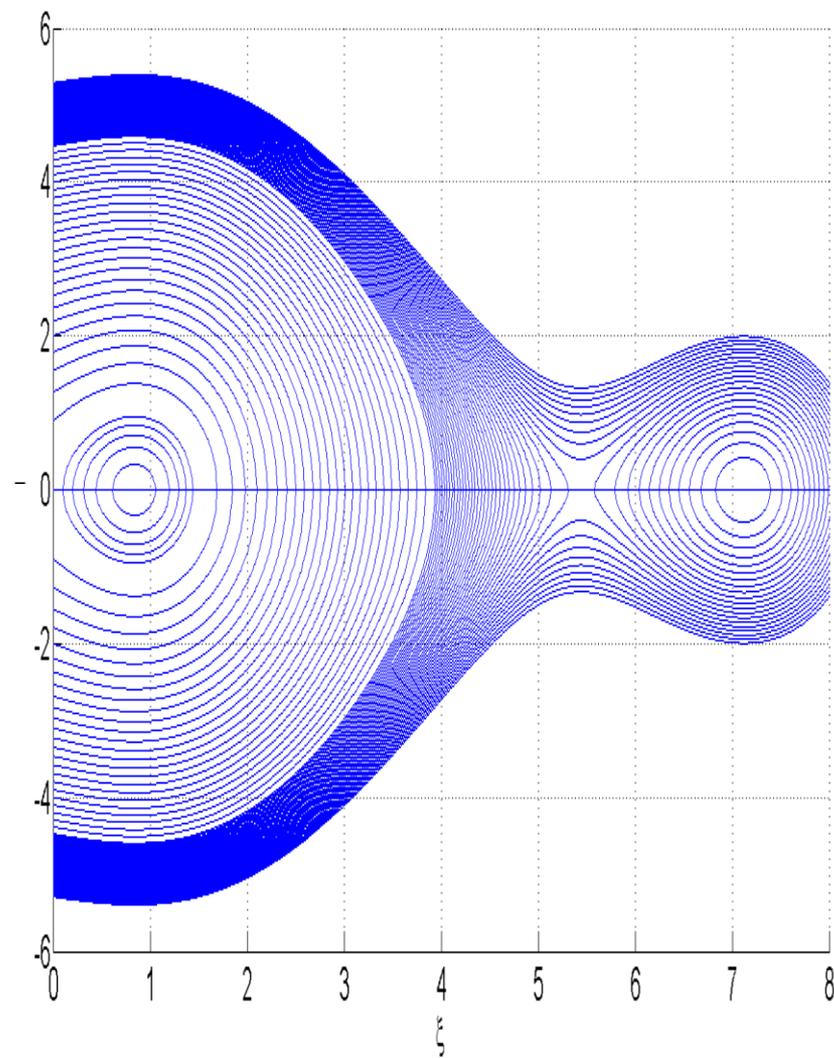
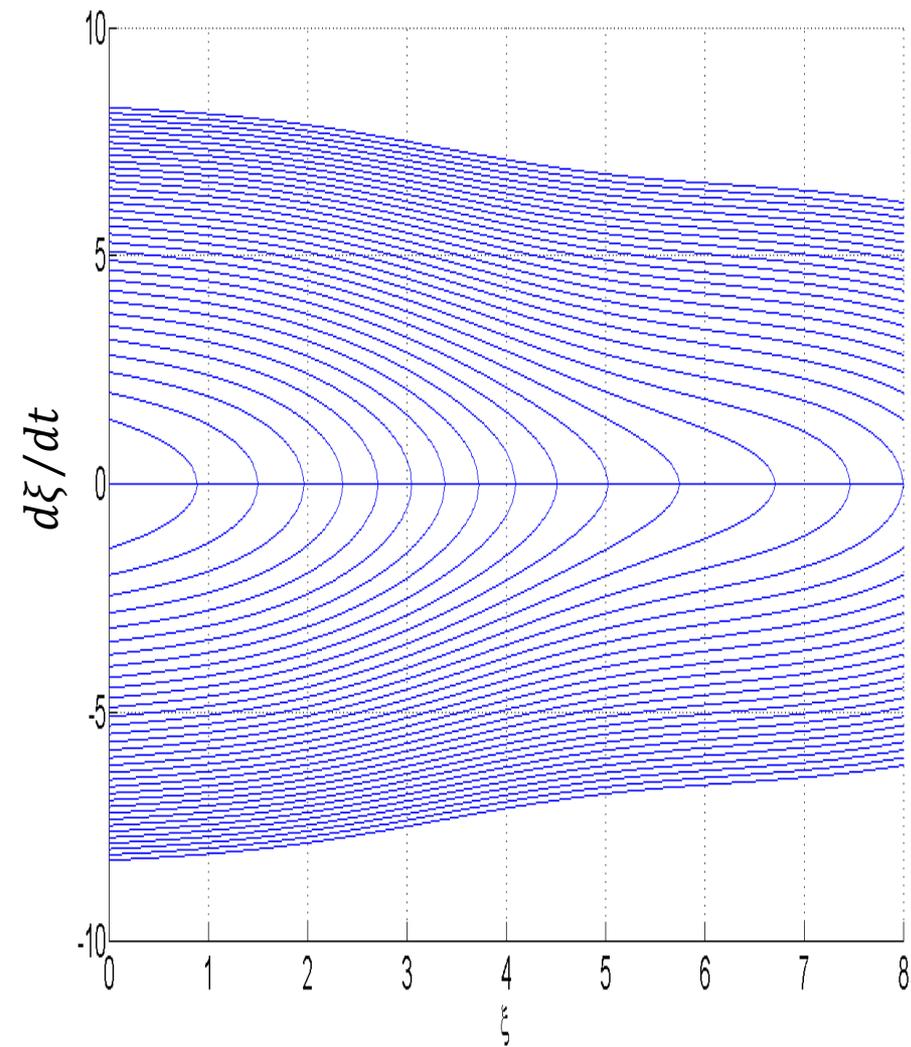
Захваченные и пролётные частицы

$$\beta^{(n)} < \alpha^{(n)}$$

Есть только пролётные частицы

$$\beta^{(n)} > \alpha^{(n)}$$

Есть оба типа движения



Моделирование распределения поля

Мы рассматриваем монохроматические ОНЧ волны, создаваемые, например, ОНЧ передатчиком на Земле. Распределение поля в магнитосфере восстанавливается с помощью уравнений геометрической оптики

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial \omega(\mathbf{k}, \mathbf{r})}{\partial \mathbf{k}} \equiv \mathbf{v}_g, \quad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{\partial \omega(\mathbf{k}, \mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}};$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_g U) = 0. \quad U = \frac{1}{16\pi\omega} \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 \varepsilon_{ij}) E_{0i}^* E_{0j}.$$

Мы используем следующую модель магнитосферных параметров:

$$\omega^2 = \frac{\omega_{LH}^2}{1 + \eta/k^2} + \frac{\omega_c^2 \cos^2 \theta}{(1 + \eta/k^2)^2}, \quad \eta = \frac{\omega_p^2}{c^2},$$

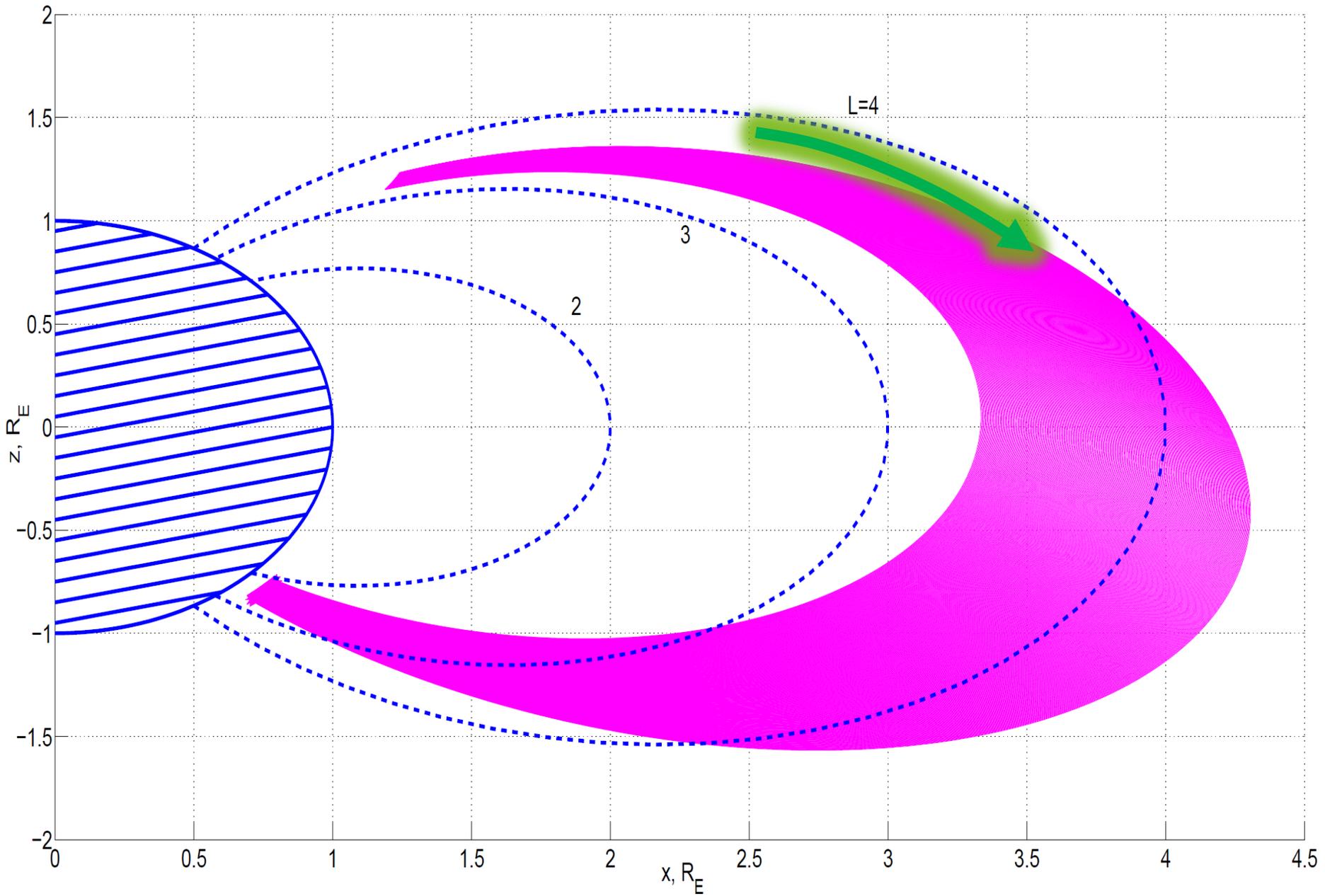
$$\omega_{c,ci} = \omega_{c,ci}^{eq} \frac{(1 + 3 \sin^2 \lambda)^{1/2}}{L^3 \cos^6 \lambda}, \quad \omega_c^{eq} = 5.45 \cdot 10^6 \text{ [рад/с]},$$

$$\omega_p^2 = \omega_0^2 \left(\frac{\omega_c}{\omega_c^{eq}} \right)^d, \quad d = 1, \quad \omega_0 = 6.3 \cdot 10^6 \text{ [рад/с]},$$

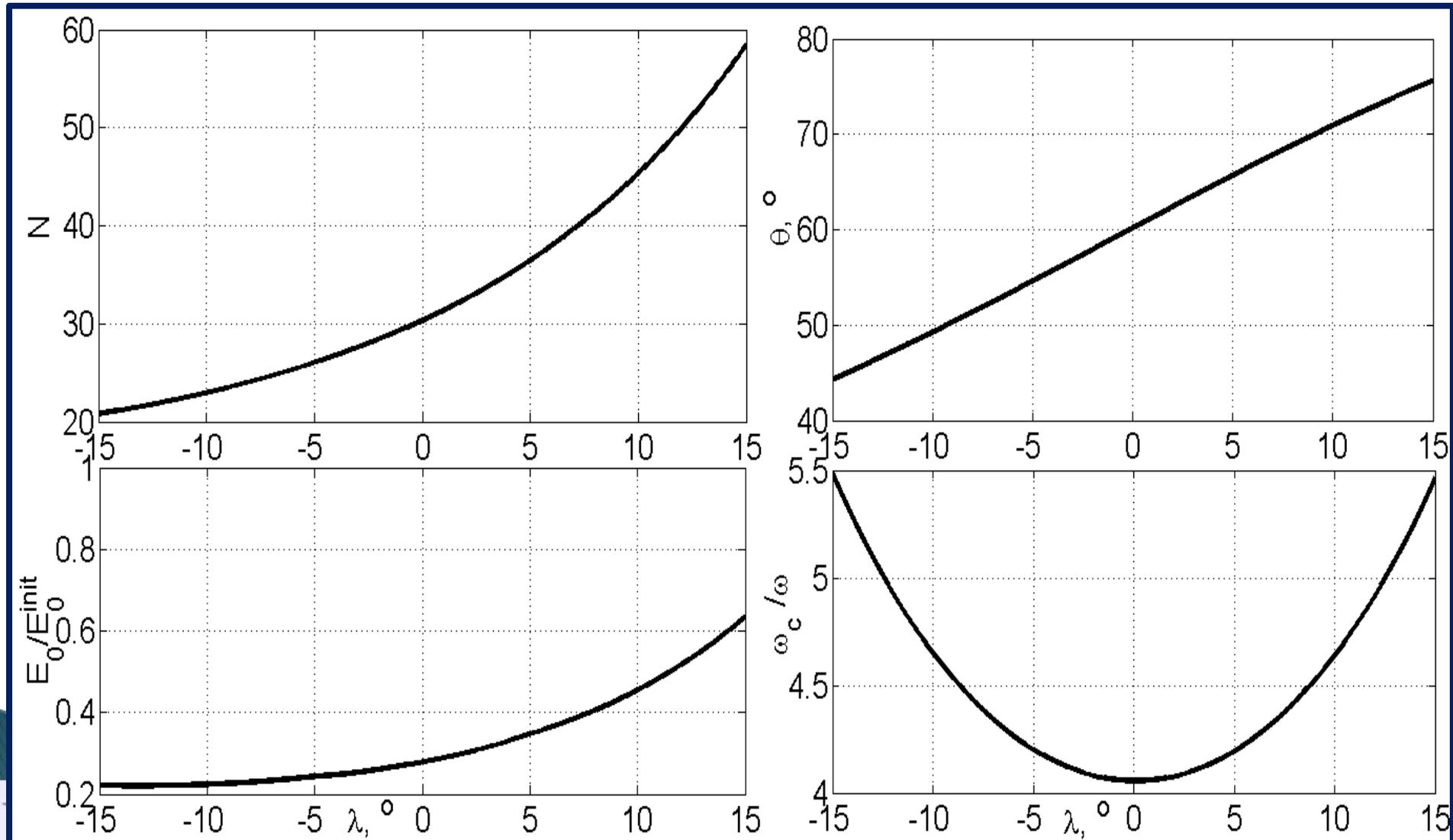
$$\omega_{LH}^2 = \frac{\omega_c^2}{1840} \left(1 - \frac{L}{L+1} \sin \left(\pi \frac{L+2/3}{L-2/3} \left(M^2 - \frac{0.03(L-4/3)}{(L-1)^2 + 0.03} \right) \right) \right)^2$$

Параметры «источника» волн: $f = 5$ [кГц], $H_0 = 600$ [км], засвечиваемая область $\lambda = [-50^\circ, -43^\circ]$ в южном полушарии

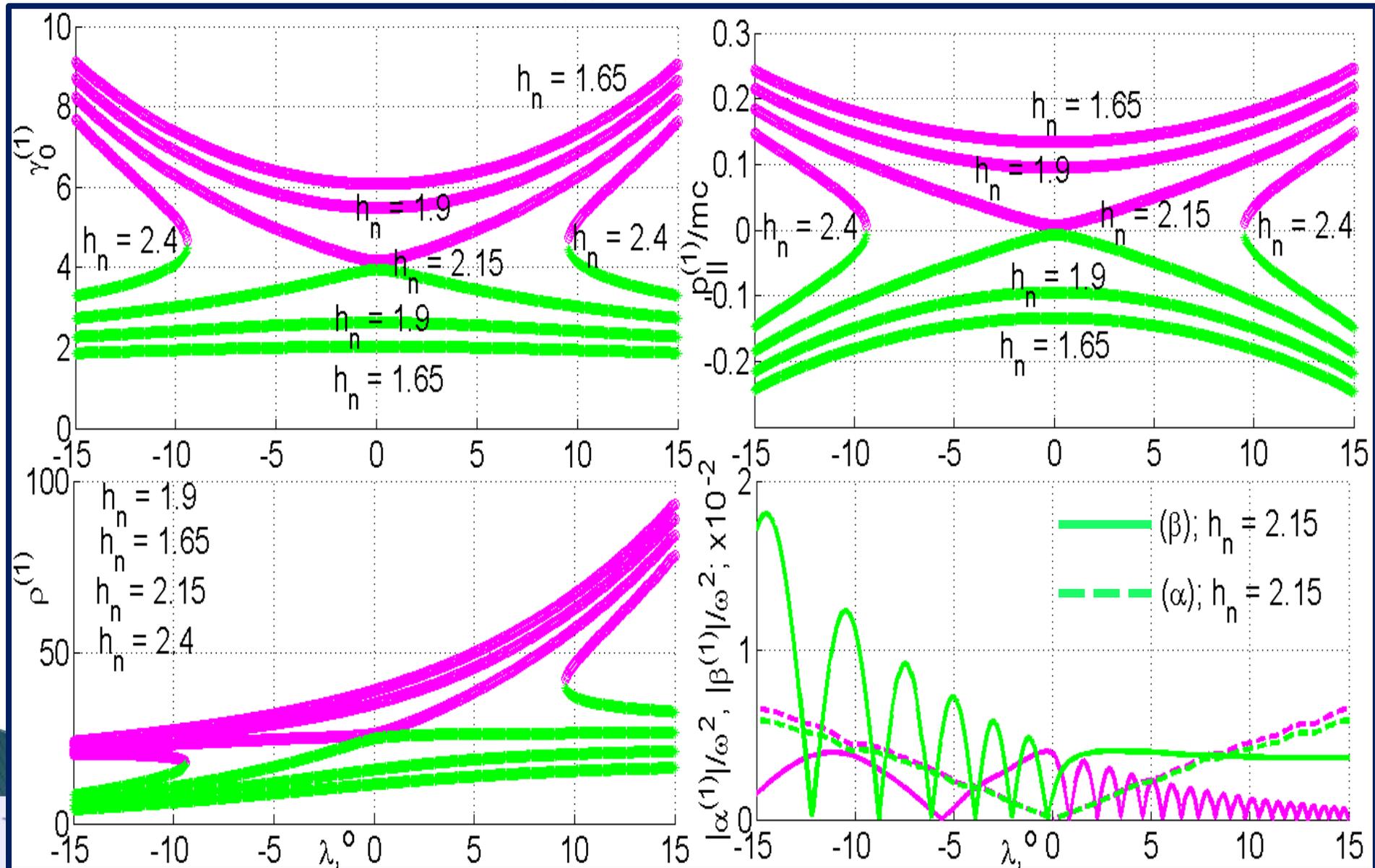
Моделирование распределения поля



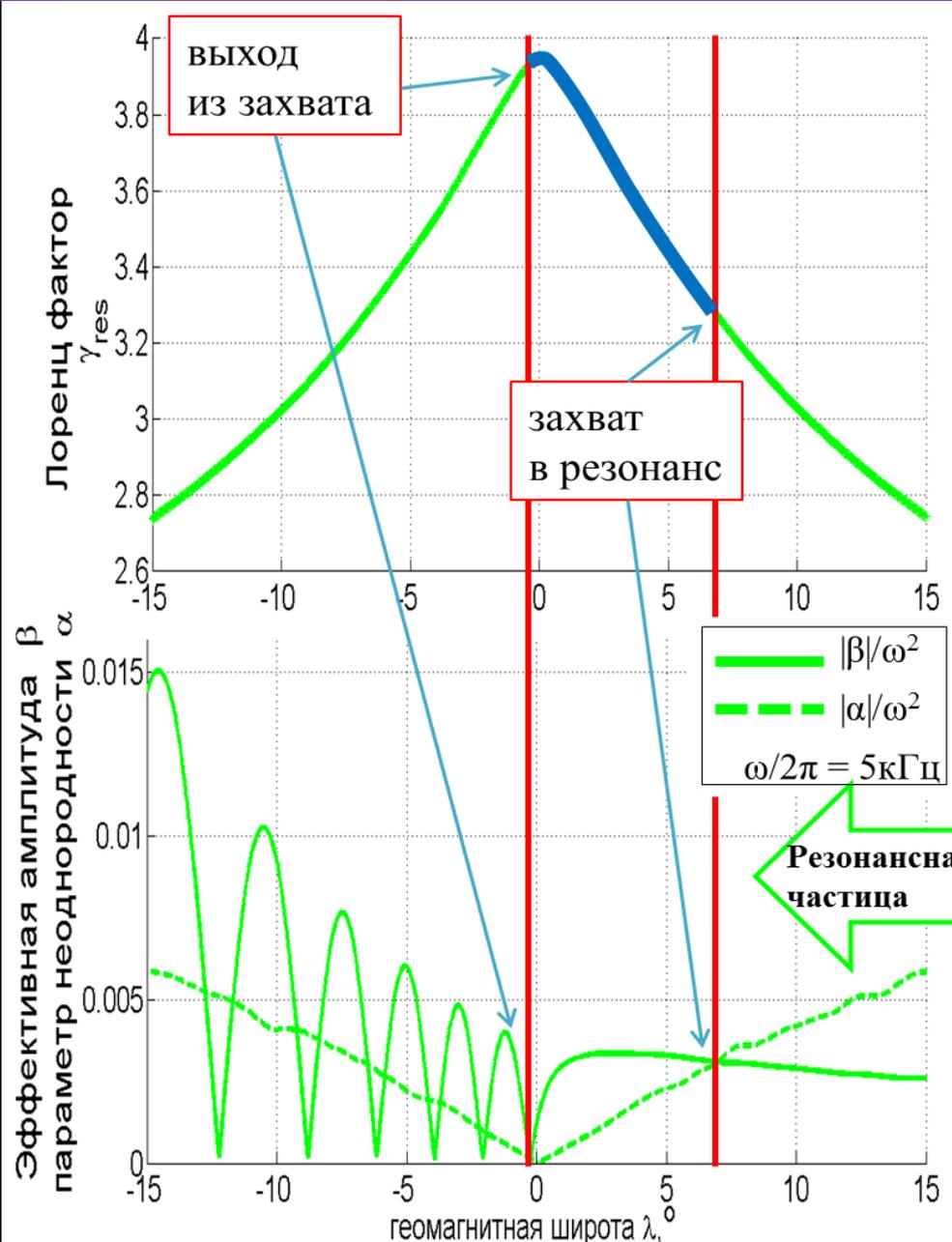
Распределение параметров поля на траектории частицы (на $L_0 = 3.5$)



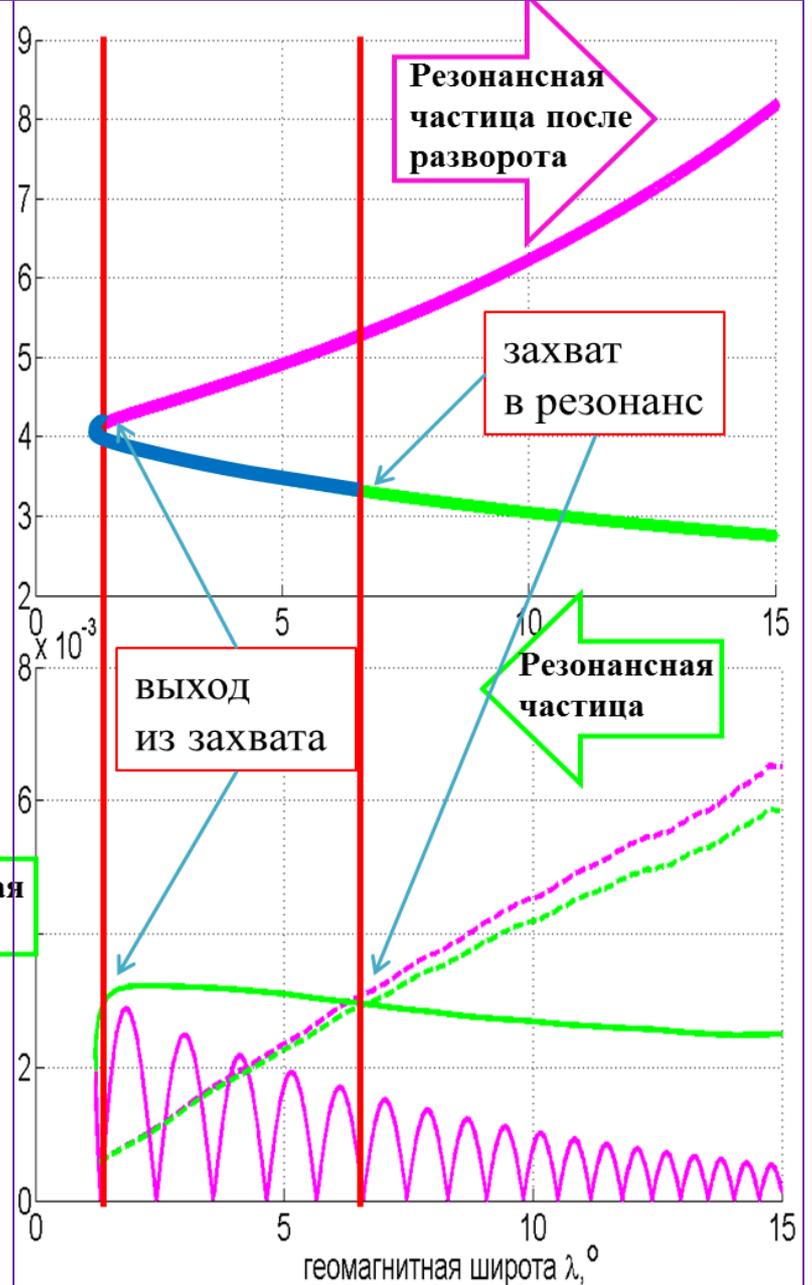
Параметры резонансного взаимодействия для $n = 1$



$h_n = 2.16$



$h_n = 2.2$



Выводы

- Построено распределение поля монохроматического ОНЧ источника вдоль траекторий частиц в магнитосфере.
- Проведён детальный анализ релятивистских резонансных условий для взаимодействия электронов с монохроматическими свистовыми волнами, распространяющимися под углом к геомагнитному полю. Исследована зависимость числа решений уравнения для резонансного импульса от энергии частицы.
- Обнаружена существенная асимметрия зависимости эффективной амплитуды от широты относительно экватора. Показано, что эта асимметрия приводит к выходу частиц из захвата после пересечения экватора.
- Показано, что РТА оказывается не эффективным, в отличие от случая продольного распространения.

Спасибо за внимание