СОПОСТАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЗАХВАТОВ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В РЕЗОНАНС ЛАНДАУ И В ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС ДЛЯ КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.А. Васильев, А.В. Артемьев

Space Research Institute
Russian Academy of Science

Нелинейное взаимодействие

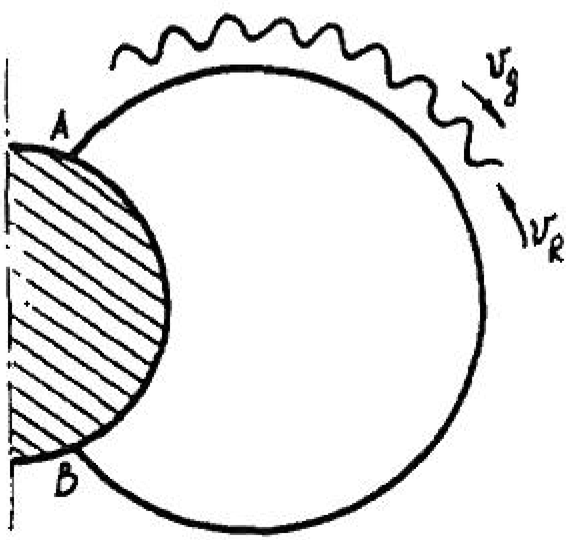
Условия резонанса

$$\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} = n\omega_c/\gamma_1$$

$$\omega_c > \omega\gamma$$

n=-1 **$k_{\parallel} v_{\parallel} < 0$**

$$\omega = -k v_{\parallel} - \omega_c / \gamma$$



Karpman et al. 1974

Вблизи резонанса уравнения движения частицы могут быть переписаны в виде уравнения для нелинейного математического маятника с крутящим моментом

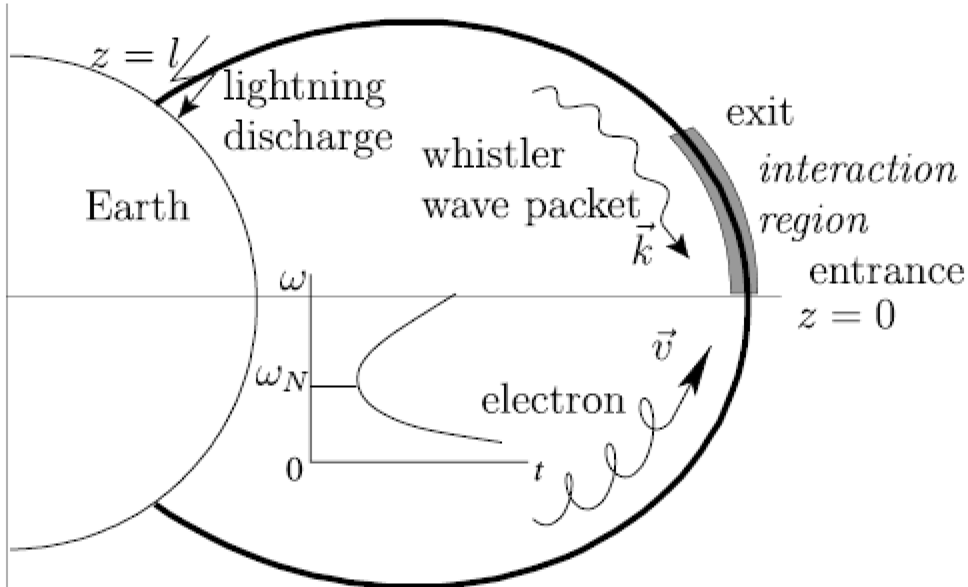
D. Nunn*, 1971*,
***V.I. Karpman,*, 1975**

$$\frac{d\xi}{d\tilde{t}} = \xi$$

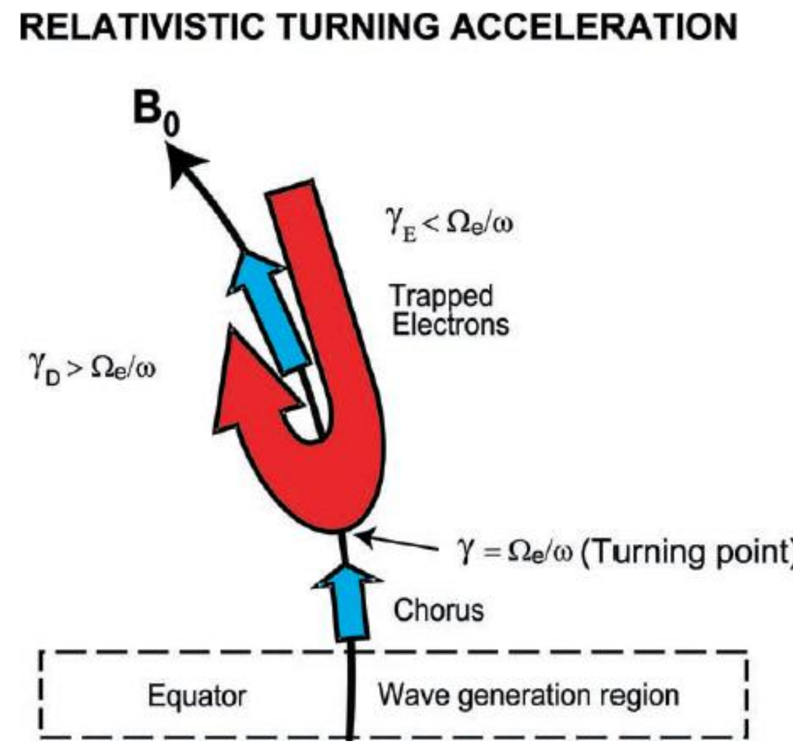
$$\frac{d\xi}{d\tilde{t}} = -\left[-\frac{1}{2\tau^2}\cos 2\xi + \alpha\right]$$

nonlinearity **inhomogeneity**

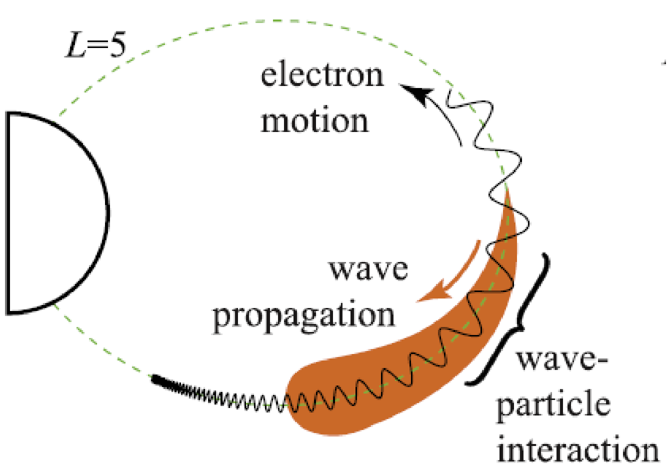
Захват и ускорение электронов параллельными вистлерными волнами



Cyclotron acceleration of radiation belt electrons by whistlers, **V. Y. Trakhtengerts** et al. 2003 JGR



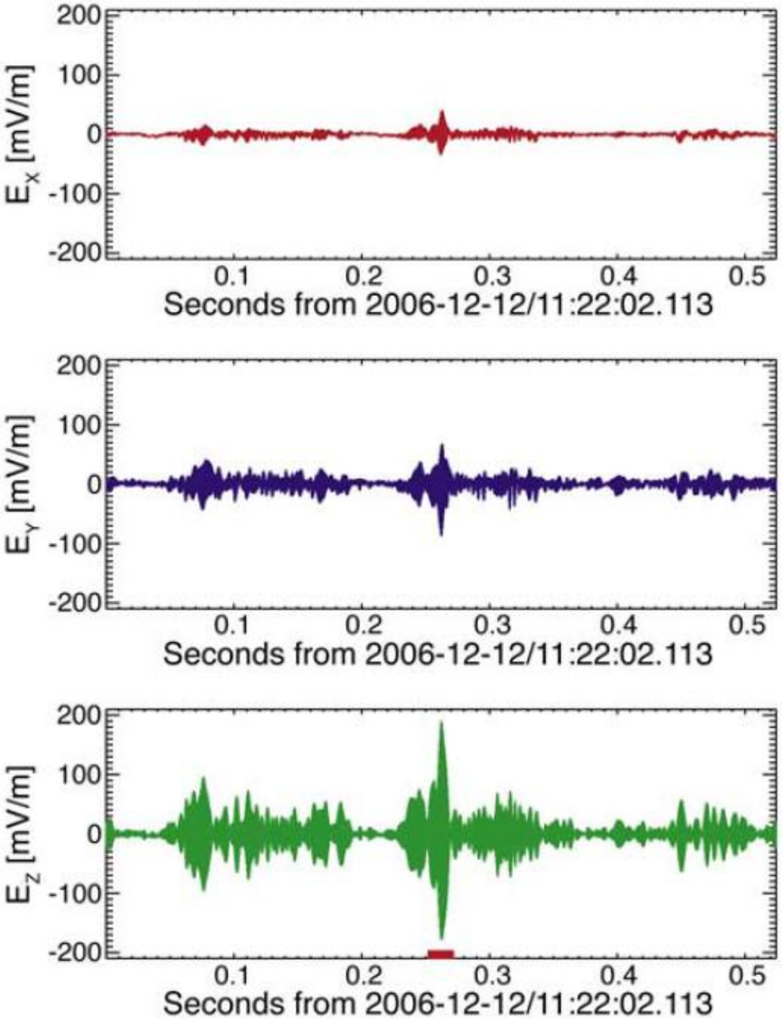
Relativistic turning acceleration of resonant electrons by coherent whistler mode waves in a dipole magnetic field **Y. Omura,** et al. 2007 JGR

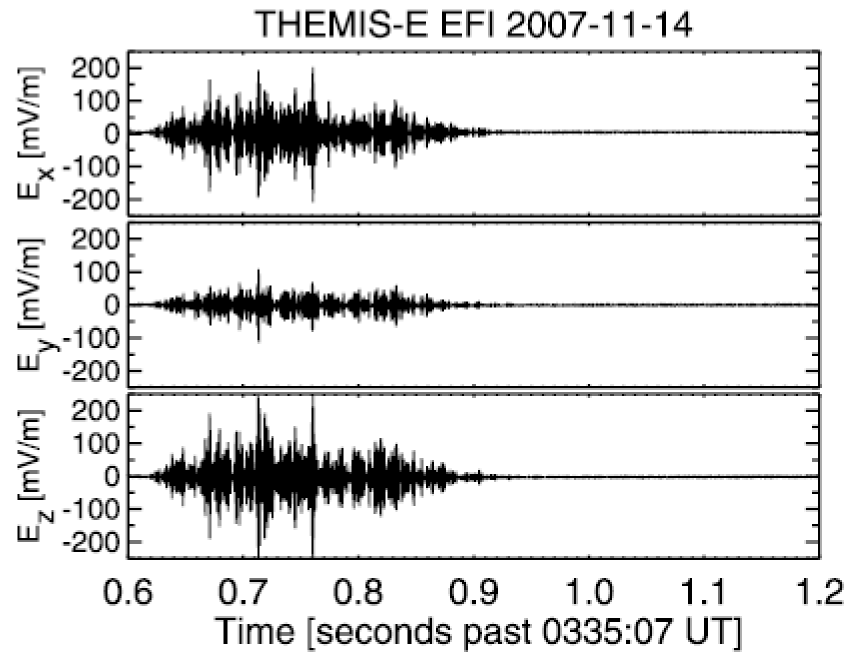


Nonlinear interaction of energetic electrons with large amplitude chorus **J. Bortnik** et al. 2008 GRL

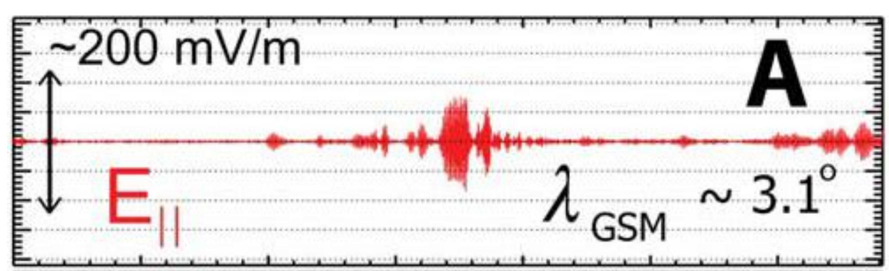
Наблюдения вистлерных волн большой амплитуды

Cattel et al. 2008 GRL



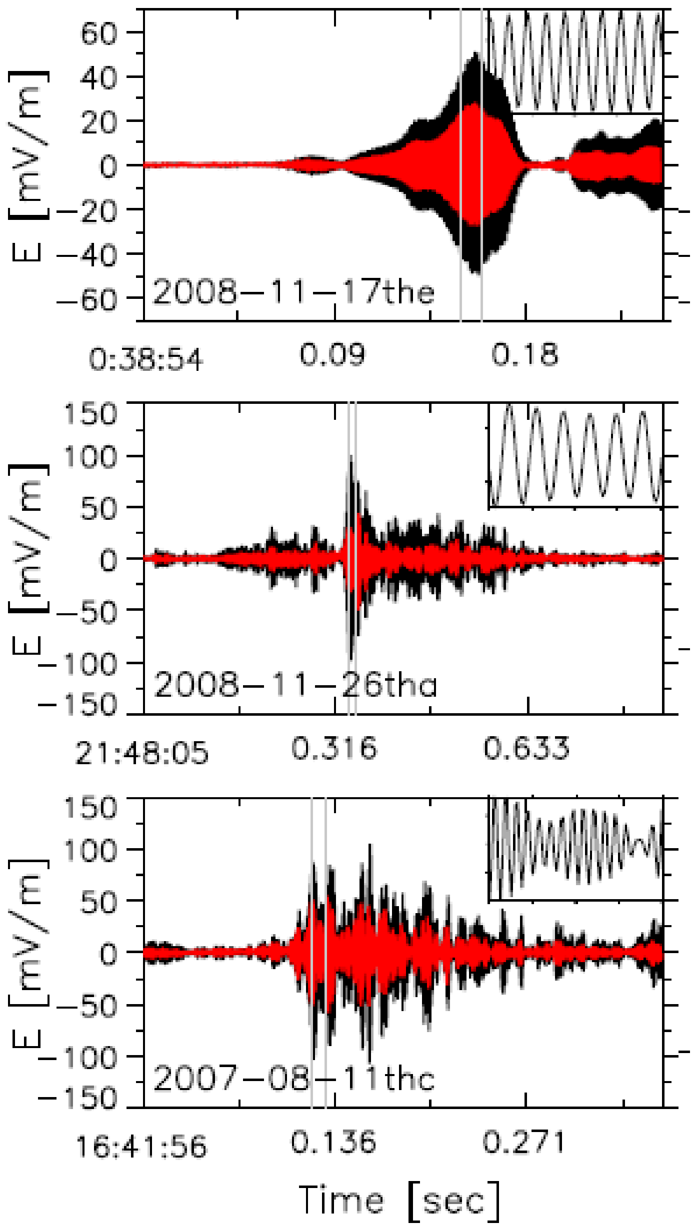


Cully et al. 2008 GRL

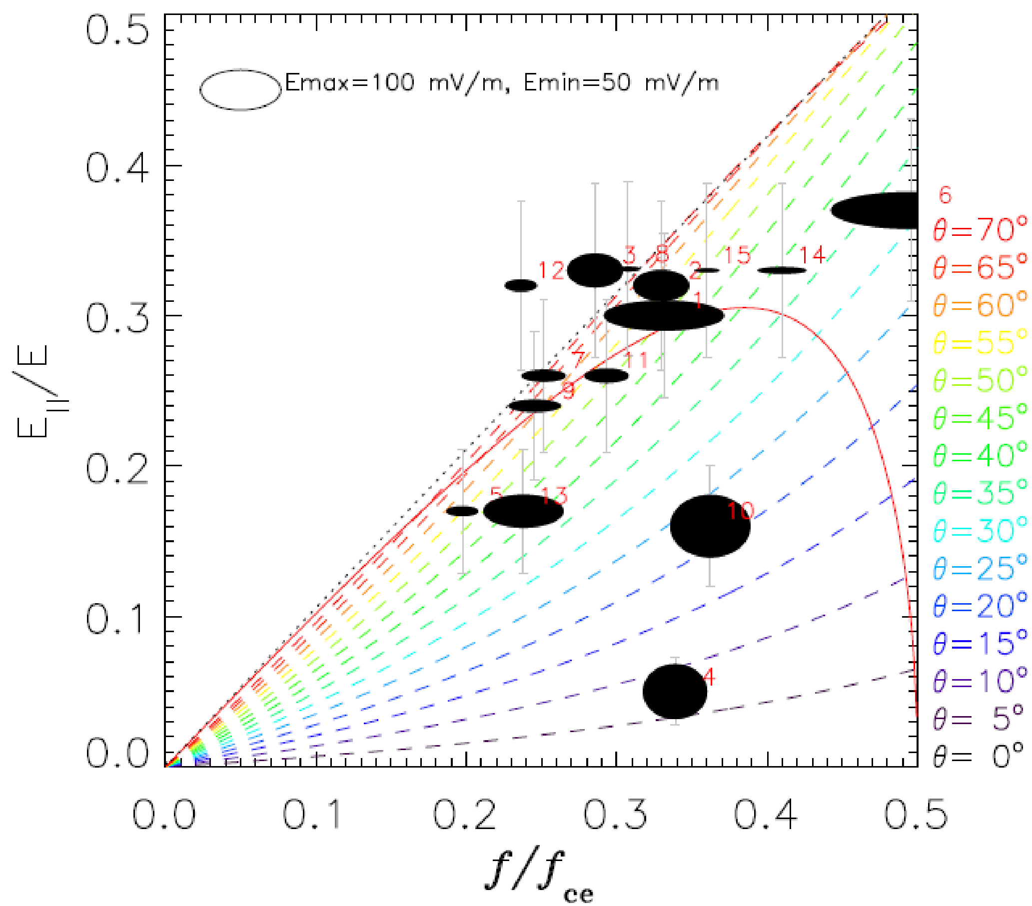


Wilson et al. 2011 GRL

Особенности распространения вистлерных волн



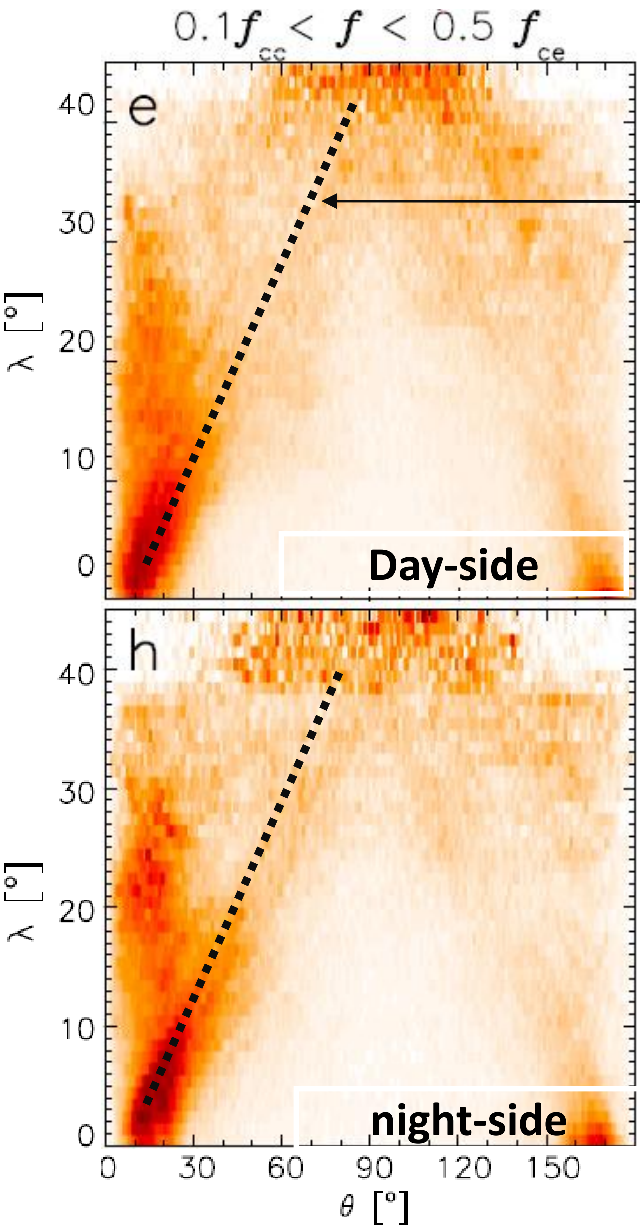
Statistics of 15 whistler waves with large amplitude observed by THEMIS mission



Agapitov et al. 2014, JGR

Статистика углов распространения вистлерных волн

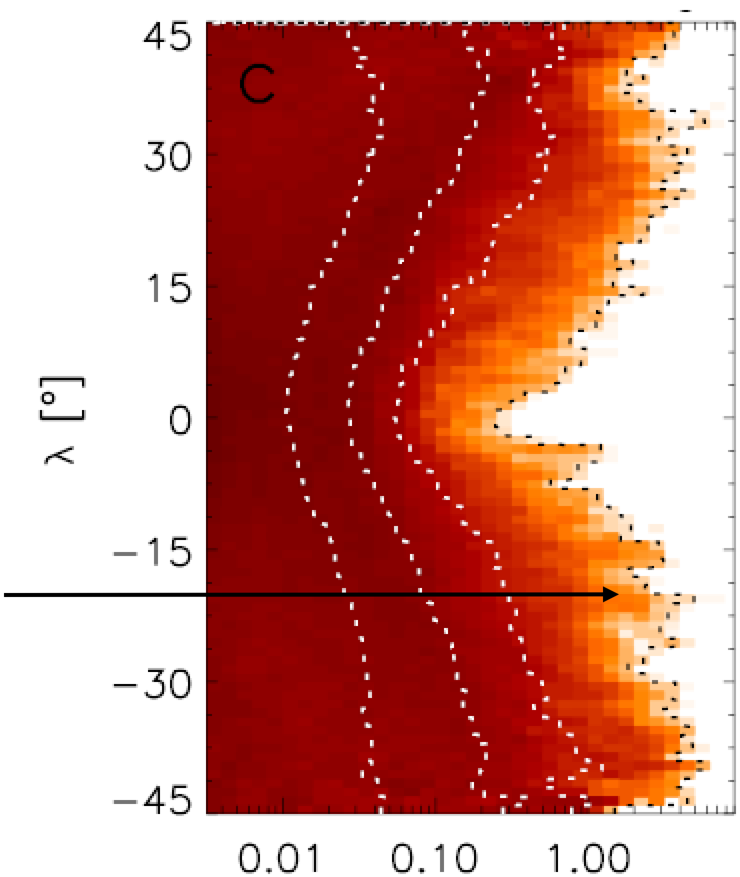
Ten years of Cluster statistics gives following distribution of number of waves (L<5)



Популяция косых волн

Increase of wave electric field with latitude corresponds to increase of normal angle and transformation of whistler wave into electrostatic mode.

Распределение электрического поля мВ/м (усреднение 4 с)



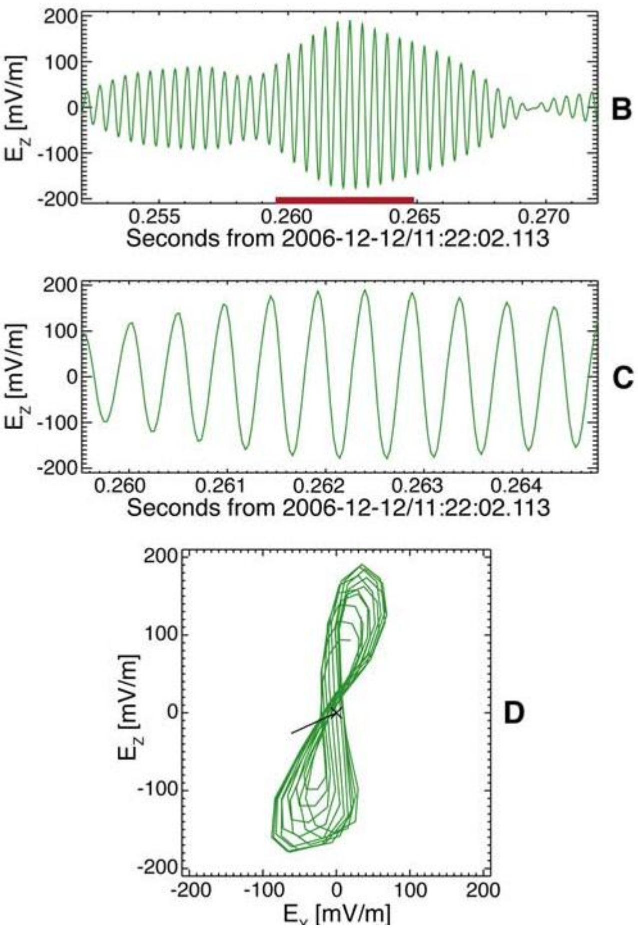
Agapitov et al. 2013, JGR

Модель распределения электрического поля волн вдоль силовых линий магнитного поля

Cattel et al. 2008 GRL

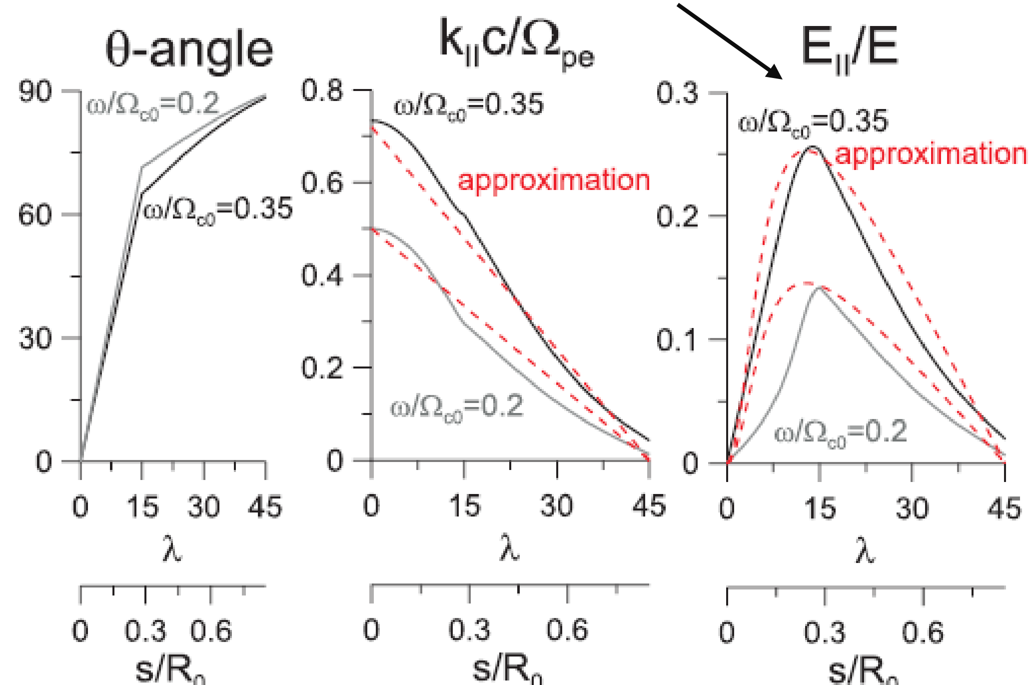
$$\omega = \frac{\omega_c c^2 k^2 \cos\theta}{(kc)^2 + \omega_{pe}^2}, \quad \theta = \theta(\lambda)$$

We use a model of increase of θ with latitude and restore components of wave electric field



Quasi-electrostatic mode?

Increase on normal angle should result in increase of $E_{||}$ new λ~15^o



$R_0=LR_E$

Уравнения движения электрона

effective variation of wave-amplitude along the field line is taken by approximation of Cluster data

$$\phi = \phi_0 + \int^{z} k_{\|}(z')dz' + k_{\perp}x - \omega t$$

$$H = m_e c^2 \gamma - e\Phi_0 u(z) \sin\phi$$

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{p_x^2 + p_z^2}{(m_e c)^2} + \left(\frac{e}{c^2 m} x B(z)\right)^2}$$

n=0, резонанс Ландау
n=-1, циклотронный резонанс

Model (curvature free) magnetic field distribution along field line

$$H = \gamma - \varepsilon u(z) \sum_n J_n(\eta) \sin\phi_n$$

$$\gamma = \sqrt{1 + p_z^2 + 2I_x \chi b(z)}$$

$$\phi_n = \phi_{0n} + \int^{z} k_{\|}(z')dz' + n\theta - \omega t$$

$$\eta = k_{\perp}\sqrt{2I_x/\chi b(z)}$$

Магнитный момент

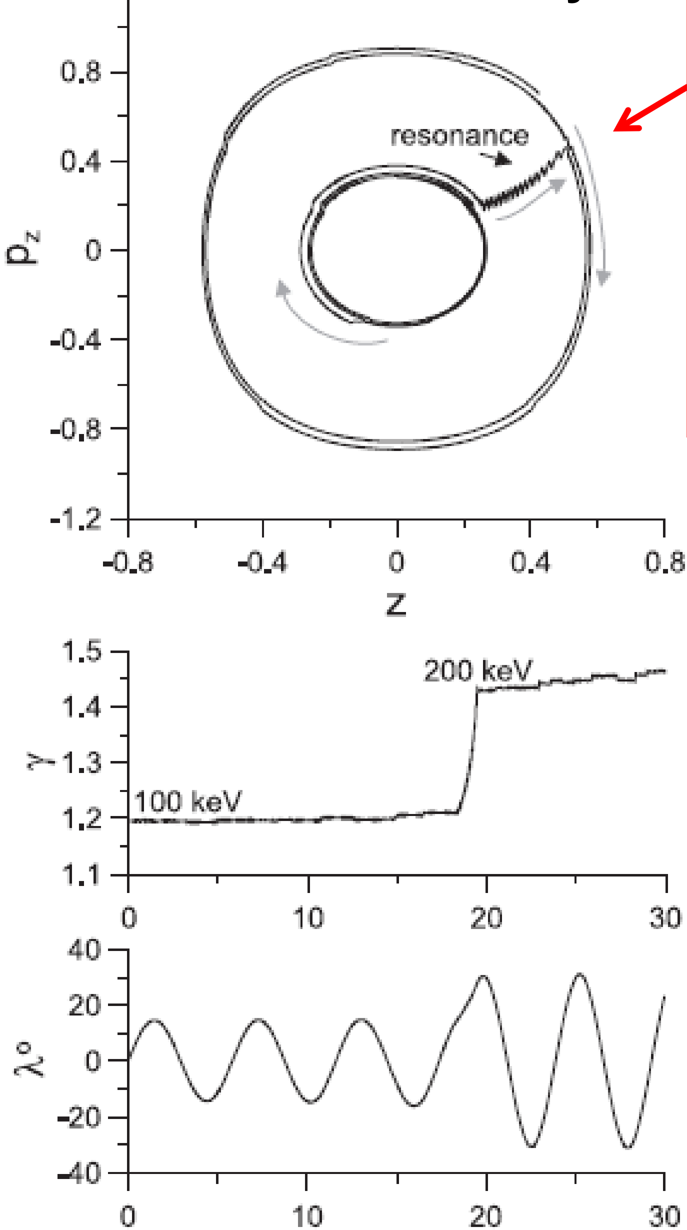
$$I_x = \frac{1}{2\pi}\oint p_x dx$$

Условия резонанса

$$\omega - k_{\|}(z)v_z = -n\frac{\chi b(z)}{\gamma}$$

Захват и ускорение частиц

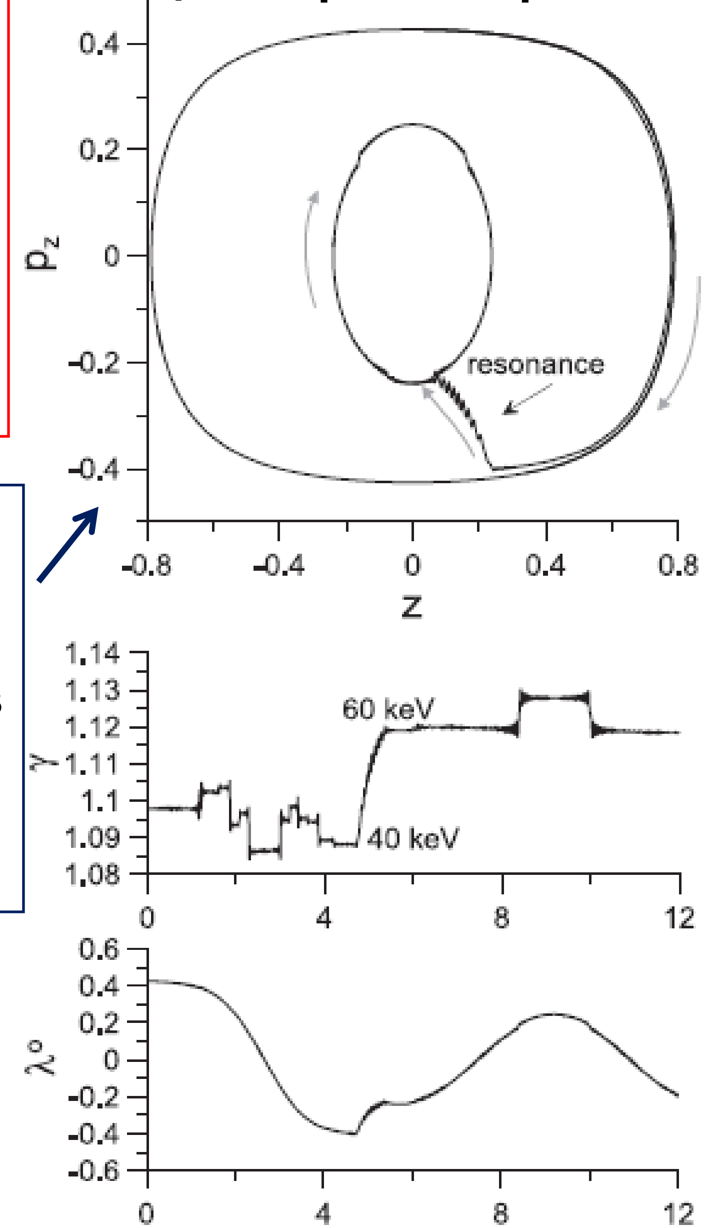
Резонанс Ландау



Ускорение в резонансе приводит к сдвигу точек отражения в более высокие широты – уменьшение питч-угла!

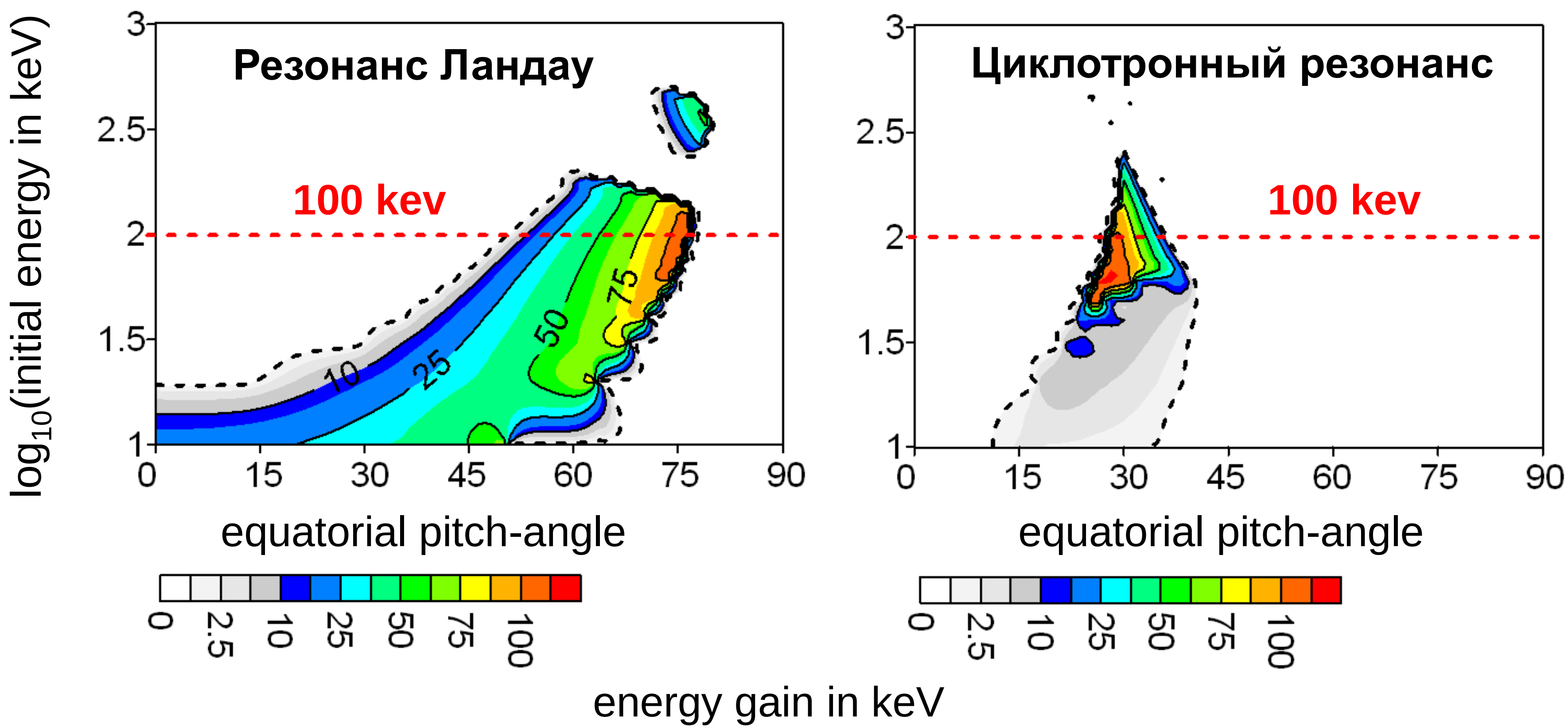
Ускорение в резонансе приводит к сдвигу точек отражения в низкие широты – увеличение питч-угла!

Циклотронный резонанс

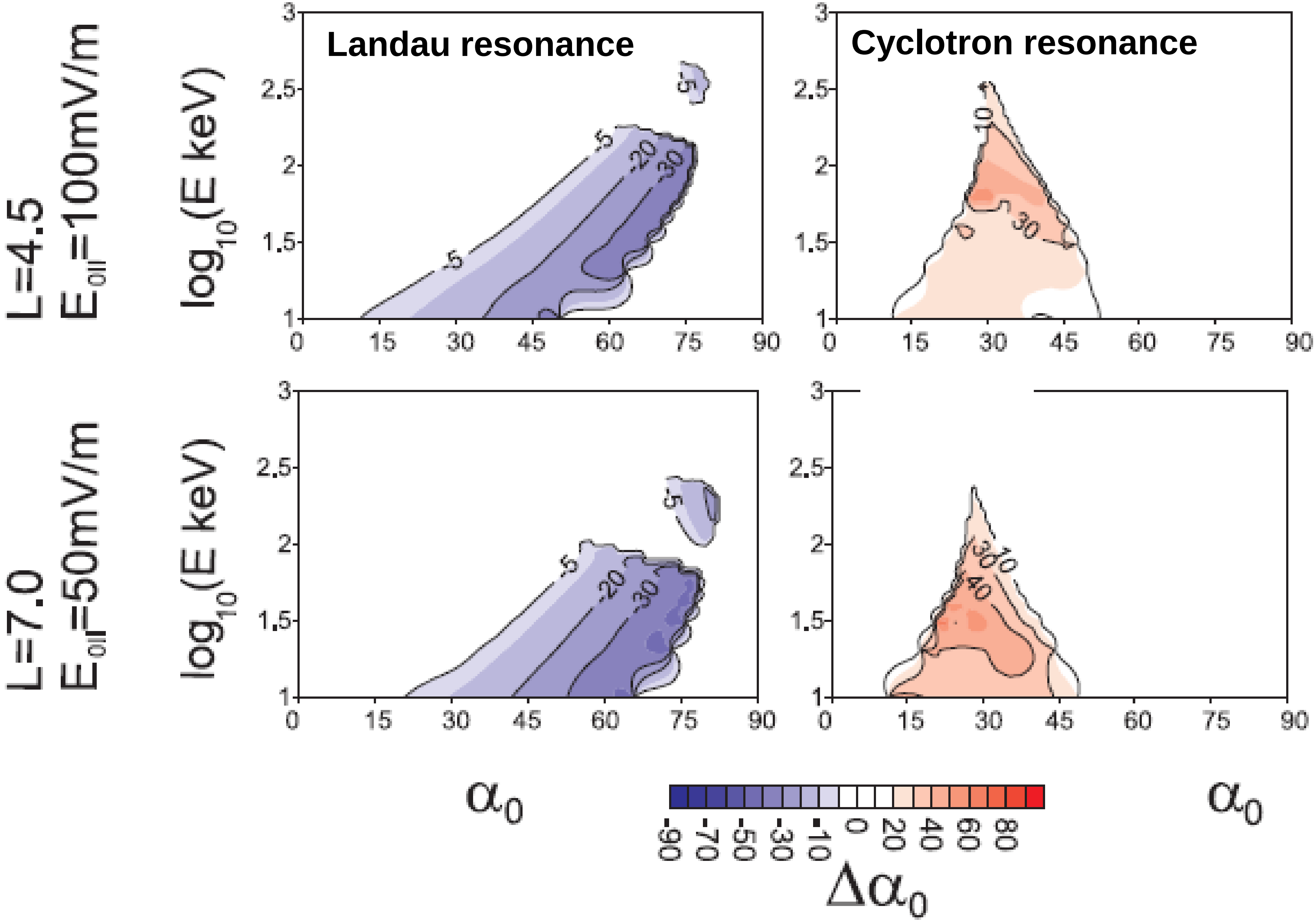


Сопоставление эффективности ускорения
(L=4.5, $E_{0||}$=100 mV/m)

На рисунках показан максимально возможный набор энергии за один захват как функция начальной энергии и начального питч-угла. Данные показаны для двух резонансов. **Горизонтальная линия показывает частицы с начальными энергиями ~100 кэВ.**



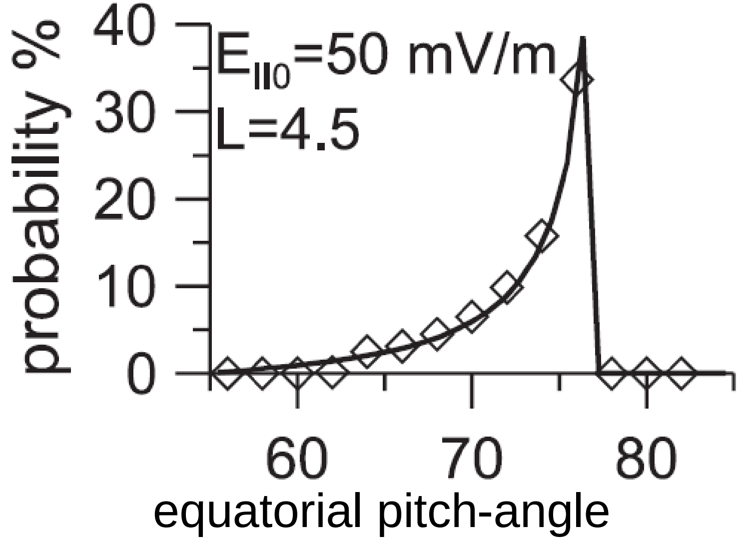
Сопоставление скачков питч-угла



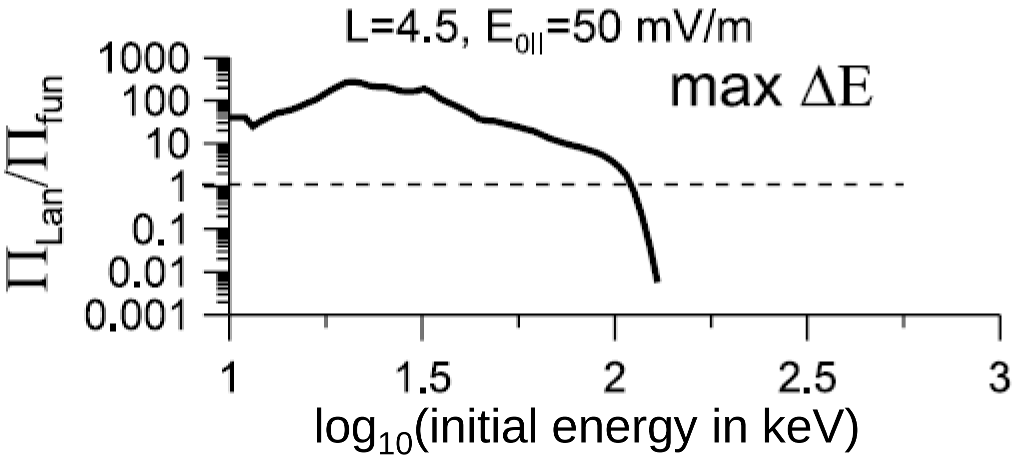
Сопоставление вероятностей захвата

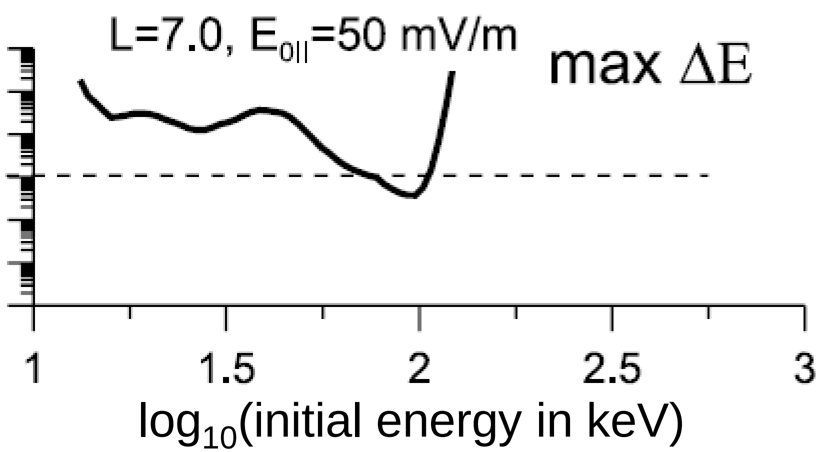
При заданных начальных питч-угле и энергии вероятность захвата **Π<1** может быть определена, как отношение частиц, захваченных при первом прохождении через резонанс, к общему числу частиц, прошедших через резонанс.

Вероятность захвата для Ландау-резонанса при начальной энергии ~100 кэВ



Сопоставление вероятностей захвата в Ландау резонанс и в циклотронный резонанс для частиц, набирающих максимально возможную энергию.
Захват в Ландау-резонанс в 10-100 раз более вероятен!





Выводы:

- Наблюдаемые амплитуды сильно наклонных вистлерных волн достаточно большие, чтобы обеспечить условия нелинейного ускорения электронов за счёт захвата в Ландау- и в циклотронный резонансы.
- При захвате в резонанс Ландау частица движется вместе с волной. Как следствие, эффекты конечности размера волнового пакета не столь существенны для ускорения
- Область значений начальных энергий и питч-углов для электронов, которые могут быть захвачены в резонанс Ландау, существенно больше области, соответствующей циклотронному резонансу.

Соотношение вероятностей захвата в Ландау резонанс и в циклотронный резонанс указывает на то, что для вистлерных волн, распространяющихся под большим углом к внешнему магнитному полю, Ландау-резонанс более эффективен для ускорения электронов!

Landau resonance: equations

Hamiltonian equations do not contain any dependence on gyrophase θ. Thus, magnetic moment I_x is conserved!

Coefficients **A** and **B** depends only on latitude λ!

$$H = \gamma - \varepsilon u_0(z)\sin\phi,$$

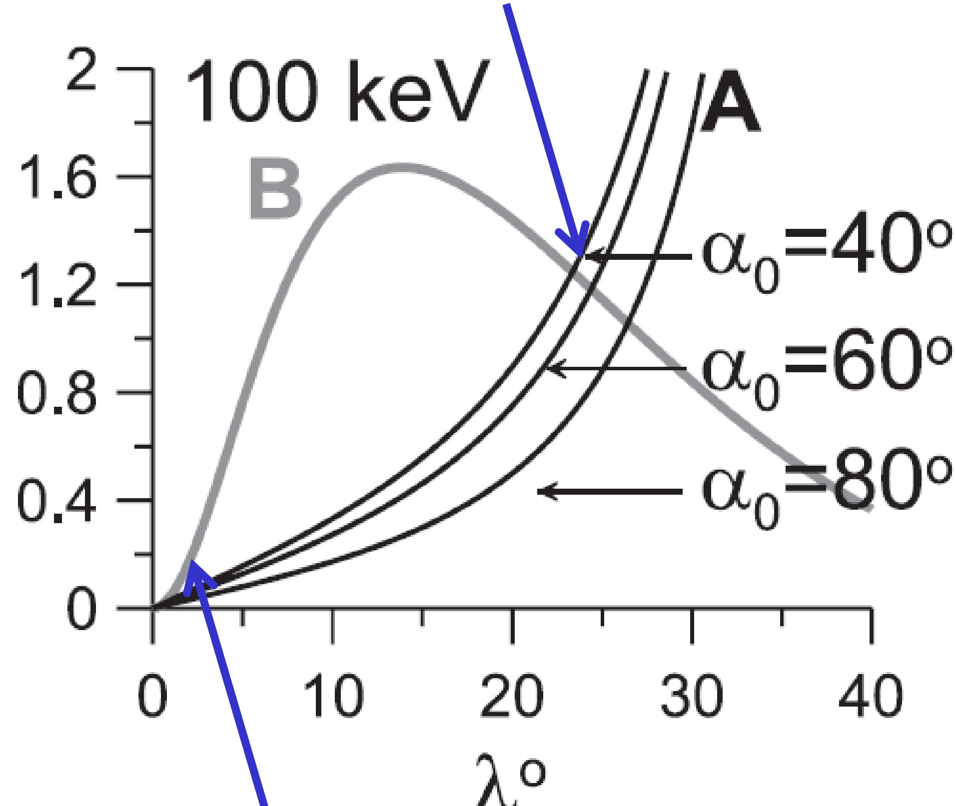
$$\gamma = \sqrt{1 + p_z^2 + 2I_x\chi b(z)},$$

$$\phi = \phi_0 + \int^{z} k_{\parallel}(z')dz' - \omega t.$$

Expansion in the vicinity of resonance

$$\begin{cases} (\gamma/k_{\parallel})\ddot{\phi} = -\mathrm{A} + \mathrm{B}\cos\phi \\ \mathrm{A} = \dfrac{\gamma_R^2}{\gamma}\left(-v_R^2\gamma^2(k'_{\parallel}/k_{\parallel}) + I_x\chi b'\right) \\ \mathrm{B} = \varepsilon k_{\parallel} u_0 \\ \gamma = \gamma_R\sqrt{1 + 2I_x\chi b(z)}. \end{cases}$$

B<A: escape from the resonance



B>A: trapping for resonant electrons

Cyclotron resonance: equations

$$H = \gamma - \varepsilon u_1(z)\sin\phi,$$

$$\gamma = \sqrt{1 + p_z^2 + 2I_x\chi b(z)},$$

$$\phi = \phi_0 + \int^z k_\parallel(z')dz' - \theta - \omega t.$$

Evolution of magnetic moment due to explicit dependence on gyrophase θ

$$\boxed{\dot{I}_x = \varepsilon u_1 \cos\phi}$$

Expansion in the vicinity of resonance

$$(\gamma/k_\parallel)\ddot{\phi} = -\mathrm{A} + \mathrm{B}\cos\phi,$$

$$\mathrm{A} = \gamma_R^2 \frac{I_x\chi b'}{\gamma} + \gamma_R^2\gamma v_R v_R',$$

$$\mathrm{B} = \gamma_R^2\left(1 - v_R^2\frac{\omega\gamma}{\chi b - \omega\gamma}\right)\varepsilon k_\parallel u_1$$

$$\gamma = \gamma_R\sqrt{1 + 2I_x\chi b(z)}.$$

Coefficients **A** and **B** depends on two variables: latitude λ and I_x.

The resonance trajectory in the (z,p_z) space is not line (like for Landau resonance, $p_z=p_{z,res}$), but is some curve:

$$\begin{cases} p_z = \left(\omega\gamma - \chi b(z)\right)/\,k_\parallel(z) \\ \gamma = \sqrt{1 + p_z^2 + 2I_x\chi b(z)} \\ I_x = I_{x,res}(p_z, z) \end{cases}$$

Magnetic moment I_x evolves along the resonant trajectory!